

از یک تا ده، راهی برای درک واقعیت‌های عددی

سمیه شعبانی، امیر حسین اصغری

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان

smyshabani@yahoo.com

چکیده

تحقیقات نشان داده اند که مشکلات بعدی بچه ها در سالهای بالاتر (سالهای بعد از آموزش حساب)، عموماً از این نشأت گرفته اند که آنها در کار با اعداد یک تا ده بخوبی نمی توانند به جمع و تفریق بپردازند و از واقعیت عددی آن ها بی اطلاع اند. در این تحقیق که هم اکنون نیز در حال انجام است، سعی شد تا کودکان پیش دبستانی، طی چند بازی اعداد را تجربه کنند. در نهایت انتظار داشتیم آنها به واقعیت‌های عددی پی ببرند. نتایج بدست آمده تا کنون بیانگر این حقیقت است که کودکان زمانی اعداد را به صورت کل درک می کنند و در دادن جوابهای درست موفق ترند که از الگوهای شکلی یا انگشتان خود به طور مناسبی استفاده کنند.

واژه‌های کلیدی: کودکان پیش دبستانی، یادگیری، حقایق عددی

۱- مقدمه

کار بر روی یادگیری عدد از حوزه هایی است که در آموزش ریاضی بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. شاید بتوان گفت بخش قابل توجهی از کارهایی که در آموزش ریاضی انجام می شود، در این حوزه قرار دارد، زیرا اولین مرحله ای است که دانش آموز یا کودک در صورت فراهم بودن محیط مناسب می تواند ارتباط خوبی با ریاضی برقرار کند یا در صورت عدم وجود این موقعیت، ارتباطش را با ریاضی قطع کند. بنابر نتایج مطالعات انجام شده از جمله کار نیومن و اریکسون [۲] و مطالعه راسل و گینزبرگ [۶] دلیل ناموفق بودن کودکان در حل مسائل ریاضی در سالهای بعد از آموزش حساب، این است که آنها به جای استفاده از حقایق عددی، از (استراتژی های شمارش و نگه داشتن حساب عدد) استفاده می کنند. نگار نه ساله در مواجهه با

جمع ۸+۶، در حالی که آهسته می شمارد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، سپس بلافاصله می گوید ۱۴، او همزمان که این اعداد را می شمارد در ذهنش می گوید: ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، یعنی زمانی که تا شش را شمرده است، حساب اعدادی را که به ازای هر یک از شماره ها به ترتیب به هشت اضافه می کند را همزمان در ذهنش نگه می دارد. علاوه بر اینکه شیوه فردی او در طول زمان کم کم تبدیل به بار سنگینی خواهد شد، دستورالعمل مورد استفاده او (نگه داشتن حساب) به شدت مستعد خطا ست. مائده نه ساله زمانی که با مساله بالا روبرو می شود می گوید: "هشت تا داریم دوتا بیاد روش می شه ۱۰، از شش تا چهار تاش مونده که با ۱۰ می شه ۱۴".

به یاد آوری ضعیف حقایق عددی در میان دانش آموزان پر تلاش، بسیار رایج است [۳]. روشی را که نگار بکار می برد در واقع شامل یک شمارش پیچیده و مضاعف است که برای جمع های بزرگتر بسیار طاقت فرسا خواهد شد. او در حالیکه سال سوم دبستان را به پایان میرساند، در استفاده از حقایق عددی تبخری نیافته است. در سالهای بالاتر نیاز به تکیه بر روندهای شمارش طاقت فرسا، فشاری را روی منابع ذهنی مورد نیاز برای یادگیری ریاضیات پیشرفته تر وارد خواهد کرد. در تحقیق حاضر تلاش ما بر این بوده است که با طراحی بازیهایی در جهت کمک به درک واقعیتهای عددی، کودکان را برای پیشروی به مراحل پیچیده تر ریاضیات یاری رسانیم.

۲- پیشینه تحقیق و مبانی نظری

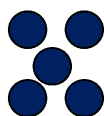
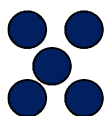
یادگیری حساب ساده از محدود رشته هایی است که جمع کثیری از محققان در آن به یک اتفاق نظر عمومی رسیده اند؛ بر طبق این نقطه نظر مشترک مهارتهای حسابی در سه مرحله کسب می شوند [۴]:

۱- مدل سازی: بچه ها از اشیاء یا انگشتانشان به عنوان مدل برای حل کردن مسائل استفاده می کنند. برای مثال، برای حل مسأله ی " $2+7=?$ " آنها اول دو شیء را می شمردند، سپس ۷ شیء را و با شمردن همه اشیاء با هم به جواب ۹ می رسند.

۲- استراتژی های شمارش: بچه ها در حل مثال بالا، بدون اینکه از اشیاء استفاده کنند ممکن است بلند یا آهسته بشمارند: "۱، ۲، ... ۱-۳، ۲-۴، ۳-۷-۹" (همه تفریقهایی که به ۲ می رسند). آنها باید حساب عدد واحدها در دومین آیتم (۷) را نگه دارند، و در غیر این صورت نمی دانند چه زمانی باید شمارش را متوقف کنند. راه ساده تری که می توانند بکار ببرند این است که بگویند: "۷، ... ۸، ۹، ... می شود نه"، با جا به جا کردن دو آیتم، ۲ و ۷، و شروع با عدد بزرگ تر. وقتی آنها از آیتم بزرگ تر شروع می کنند و به اندازه عدد کوچک تر می شمارند "۸، ۹"، می توانند "دوتایی بودن" آن را بشنوند و تشخیص دهند زمان آن رسیده است که شمارش را متوقف کنند چون ۹ آخرین واحد است، و بنابراین پاسخ ۹ است.

۳- حقایق عددی: بچه ها به آسانی فهرست های جمع و تفریق را می دانند. آنها می توانند با بازیافتن ترکیب های مربوط اعداد، مسئله های گوناگونی را که با آنها مواجه می شوند پاسخ دهند.

اگر چه محققان بسیاری در شکل گیری توسعه مهارتهای حسابی به این ترتیب به اتفاق نظر رسیده اند ولی تحقیقاتی وجود دارند که نشان می دهند لزوماً این مسیر به این شکل محقق نمی شود. راسل و گینزبرگ مطالعه ای با هدف مقایسه ی توانایی ریاضیاتی بچه هایی که با ریاضیات مشکل داشتند و آن هایی که با ریاضی راحت بودند انجام دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که تنها تفاوت مهم و اساسی بین این دو گروه در این است که بچه های گروه اول حتی در ساده ترین حقایق عددی تبحری نداشتند در حالی که بچه های بدون مشکل در ریاضی از این مهارت برخوردار بودند و بخوبی از آن استفاده می کردند. تمام این بچه ها دوره ای از مدل سازی با اشیاء واقعی را گذرانده و استراتژی های شمارش را تمرین کرده بودند، اما برخی از آنان در توسعه شناخت ساده ترین حقایق عددی با شکست مواجه شده بودند. این نتایج با مطالعه ی اریکسون و نیومن که با هدف مشابهی انجام شده بود هماهنگی بسیار زیادی داشت. نیومن در سال (۱۹۸۹) صراحتاً ادعا کرد که آنچه در مسیر توسعه واقعیت های عددی به کودکانی که در حال کسب مهارتهای ریاضی ساده هستند کمک می کند، تجربه کردن تعدد اعداد بزرگ تر از ۳ یا ۴ (بدون شمارش) است [۵]. تعدد ۳ یا ۴ شیء، چیزی است که همه ما می توانیم تجربه کنیم. ما می بینیم که ۳ شیء دقیقاً ۳ شیء است. یا اینکه ۴ شیء دقیقاً ۴ شیء است. یا حتی می توانیم سه بودن یا چهار بودن سه یا چهار چیز، صدا یا هر واحد دیگری را بشنویم. حتی بچه های خیلی کوچک هم می توانند این کار را انجام دهند. اما وقتی تعداد اشیاء (یا صداها) زیاد است، این حس فوری تعدد را از دست می دهند و نیاز به شمارش پیدا می کنند. حال سؤال اینجاست ما چگونه می توانیم تعدد اعداد بزرگتر از ۳ یا ۴ را تجربه کنیم؟، چگونه می توان هفت بودن عدد ۷ را تجربه کرد؟ یا مطمئن بود که ۷ واقعاً ۷ است؟ تا زمانی که کودک هر یک از اعداد ۱ تا ۱۰ را به عنوان کل تجربه نکند، هیچ مهارت ریاضی حقیقی ای نمی تواند توسعه پیدا کند، و این زمانی تحقق می یابد که واحدها در کنار هم الگویی را شکل داده باشند (شکل ۱).



شکل ۱

برای داشتن یک تجربه ی عددی باید واحدها را تجربه کنیم، همانگونه که همزمان آنها را با یکدیگر به عنوان یک کل تجربه کرده ایم. این الگو یک عدد را بگونه ای نشان می دهد که واحدهای تکی یک مجموعه ترتیب بندی شده را شکل می دهند. در هفت، یک واحد اولین، یک واحد دومین، یک واحد سومین، و غیره وجود دارد. این بدین معناست که ما باید با مفهوم دو وجهی عدد کار کنیم. اگر پاروزنان یک قایق را بشماریم: ۱، ۲، ۳... عدد ۷ به معنای "هفتمین پاروزن" است. اگر ما به منظور فهمیدن اینکه چه تعداد پاروزن داریم آنها را بشماریم، و هفتمین پاروزن آخرین کسی باشد که باید شمرده شود، پس عدد ۷ این معنی را می دهد که: "در کل ۷ پاروزن وجود دارد." این دو مفهوم اعداد- جنبه های ترتیبی و اصلی: هفتمین و هفت بودن عدد

هفت- دو جنبه‌ی اساسی تجربه‌ی عدد هستند، و نتیجه این که باید هر دو جنبه اعداد را بطور همزمان تجربه کنیم تا ساختار و معنی اعداد را بطور کامل درک کنیم. این چیزی است که به منظور توسعه‌ی مهارت‌های حسایی ضروری است. علاوه بر این نیومن به این مطلب اشاره دارد که کودکان در مسیر توسعه مهارت‌های حسایی باید توانایی تجربه‌ی هر عدد را هم به عنوان حاصل جمع اعداد کوچک تر و هم به عنوان قسمتی از اعداد بزرگ تر توسعه دهند. برای مثال ۴ را در نظر می‌گیریم، ۴ هم جمع (۱ و ۳) و هم جمع (۲ و ۲) است. در عین حال قسمتی از همه‌ی اعداد بزرگتر از ۴ است: یعنی ۵، ۶، ۷ و غیره.

۳- روش تحقیق

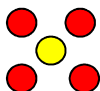
ما با استفاده از اطلاعاتی که از یادگیری کودکان در بخش مبانی نظری بدست آوردیم با طرح یک بازی، سعی کردیم بچه‌ها را در این چارچوب حرکت دهیم و آنها را یاری کنیم که به آنچه از این دیدگاه نظری، یادگیری محسوب می‌شود برسند. داده‌های این تحقیق از یکی از مهد کودک‌های استان تهران و در کار با کودکان پیش دبستانی که بین ۴ تا ۶ سال سن دارند جمع‌آوری می‌شود. در طی این تحقیق، کودکان درگیر بازی‌هایی می‌شوند که در واقع شکل و هدف همه آنها یکی بوده و تفاوتشان بدلیل تنوع و هیجان بیشتر، تنها در شیوه انجام بازی می‌باشد. تجزیه و تحلیل داده‌ها نیز بر اساس نتایج تحقیق نیومن شکل گرفته است. اساس بازی مورد بحث به این گونه است که بنا بر عددی که کودک در مسیر یادگیری آن قرار دارد تعدادی مهره روی میز ریخته می‌شود و چند لحظه‌ای به او فرصت داده می‌شود که آنها را هر طور که مایل است بچیند (البته در شروع برخی از بچه‌ها تمایلی به مرتب کردن مهره‌ها نداشتند)، پس از اتمام مرحله مرتب کردن مهره‌ها از کودک می‌خواهیم چشمانش را ببندد و در این زمان محقق یا دوستانش تعدادی از مهره‌ها را بر می‌دارند و او چشمانش را باز می‌کند و تعداد مهره‌های برداشته شده را حدس می‌زند [۱]. ما در شروع بازی هایمان با مهره‌های هم شکل کار کردیم، هدفمان این بود که کودکان تعدد اعداد بزرگتر از ۳ یا ۴ را آسان تر تجربه کنند. شاید این سؤال برایتان مطرح شود که بچه‌ها در این سن اکثراً حتی تا اعداد دو رقمی را می‌توانند بشمارند؟ صبای ۴ سال و نیمه یکی از نمونه‌های ماست که در زمان شروع بازی بخوبی تا ۱۱ می‌شمرد ولی در بازی ما تنها تا ۳ مهره موفق بود و زمانی که مهره‌ها به ۴ تا افزایش یافت او قادر به انجام بازی نبود. مثال ذکر شده بیانگر این موضوع است که شمارش لزوماً توانایی شمردن به شکلی که اعداد یکی پس از دیگری ذکر شوند نیست و دیگر اینکه شمارش به این شکل کمکی به او در انجام این بازی نکرد. از آن جایی که اکثر کودکانی که درگیر بازیهای تحقیق شدند ۳ بودن ۳ را می‌دانستند (در برخورد با ۳ مهره، بدون شمارش می‌دانستند تعداد مهره‌ها ۳ تاست)، بازی را با ۴ مهره آغاز کردیم به این ترتیب که در کار با ۴ مهره، از ۳ مهره هم‌رنگ و ۱ مهره غیر هم‌رنگ استفاده شد. به این شکل، به کودک کمک خواهد شد که مساله را به حالت قبلی که می‌داند تبدیل کند. زمانی که کودک ۴ را به صورت کل درک کرد و اجزایش را آموخت برای شروع با عدد ۵، با ۴ مهره هم‌رنگ و یک مهره غیر هم‌رنگ ادامه می‌دهیم برخی از کودکان در این مرحله سریع عدد مربوط به این تعداد مهره را به زبان می‌آورند (طبق آموخته‌های قبلی) و برخی منتظر می‌مانند تا اسمی به این تعداد مهره اختصاص داده شود. بحث آموزش در کار ما غیر مستقیم بوده، به شکلی که محقق نیز نوبت بازی داشته و در بازی اش به شکلی وسوسه‌انگیز به بچه‌ها فرصت پی بردن به راز به جواب

رسیدنش را می دهد. ما بازی را طوری طراحی کرده ایم که انگیزه پی بردن به راز آن را در کودکان ایجاد کنیم (بچه ها از اینکه دوستشان به جواب درست می رسد متعجب می شوند و می پرسند از کجا متوجه شد؟).

۴- دو نمونه از یافته های تحقیق

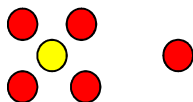
در سطرهای زیر به دو مورد از نمونه های تحقیق اشاره می شود که اولین کودک از الگوی شکلی و دومین مورد از الگوی انگشتی استفاده می کند.

مثال اول: عارفه پنج ساله یکی از نمونه های ماست. او در آغاز گاهی مهره ها را مرتب می کرد و گاهی نیز تمایلی برای این کار نشان نمی داد. در بازی با ۵ مهره (چهار مهره قرمز و یک زرد)، مهره هایش را به صورت شکل ۲ چید، سپس آنها را یکی یکی شمرد و گفت ۵ تاست، (هنوز عارفه این شکل را به صورت پنج تایی نمی دید). ما سه قرمز را برداشتیم و دو مهره باقی ماند (یکی زرد و یکی قرمز)، او فکر کرد و گفت "چهارتاش رو برداشتید، چون دو تاش هست، چهارتاش نیست".



شکل ۲

او زمانی که جلوتر رفتیم و مدتی از شروع بازیمان می گذشت یادگرفت شکل ۱ را بصورت چندتایی ببیند (به قول خودش "۵ تا قاطی یکی"، که در واقع منظورش یک ۵ تایی است). و در مورد شکل ۳، زمانی که از او پرسیدیم چه شکلی درست کردی؟ گفت "۵ تا قاطی یکی، یکی قاطی خودش".



شکل ۳

او در ادامه بازی هایش به این نتیجه رسید که زمانی که مهره هایش را به صورت چند تایی ها می چیند خیلی راحت تر به جواب می رسد. پس از این یافته، در بازی با هر تعداد مهره الگوی شکلی را پیش گرفت و خیلی راحت مهره هایش را به ۱۰ مهره افزایش داد، که نهایت تعداد، در بازی ما بود. او بطور مثال در بازی با ۸ مهره آن ها را به صورت دو چهارتایی، یا یک پنج تایی و یک سه تایی می چید و زمانی که ما تعدادی از مهره هایش را بر می داشتیم او سریع بیاد می آورد که مهره هایش را به چه صورتی چیده بود و با شمردن جاهای خالی به جواب می رسید. در مورد اعداد دیگر نیز به همین شکل، ۹ را به شکل یک ۵ تایی و یک ۴ تایی و ۱۰ را بصورت دو تا ۵ تایی می چیند و ... نکته ای که در کار عارفه مشهود است این است که او حالا دیگر برای مثال ۵ تایی ۵ را براحتی می بیند (بدون شمارش می گوید ۵ تاست) و زمانی که قرار است مهره های برداشته شده از ۵ را حدس بزنند ترکیبهای درون ۵ را نیز تجربه می کند. تعدادی را می بیند و تعدادی را

حس می زند، (۲۳)، (۱۴)، ۵ را هم به صورت کل و هم با ترکیب های متفاوتش تجربه می کند و هم در مورد ۶ مهره، ۵ را جزئی از آن می بیند.

مثال دوم: عادل پنج و نیم ساله یکی دیگر از نمونه های ماست او در بازی تلاش می کرد از انگشتانش استفاده کند به همین دلیل محقق در نوبت بازی اش با او، از الگوی انگشتی استفاده کرده است. حالا او بخوبی از این الگو در بدست آوردن جواب استفاده می کند. به بازی او در ۱۰ مهره توجه کنید: او ۷ مهره را دور هم و ۳ مهره را نیز در کنار هم قرار داد و وقتی از او سؤال شد چه شکلی درست کرده است پاسخ داد یه ۷ تایی یه سه تایی، می شه ۱۰ تا (هم زمان همه انگشتان دو دستش را باز کرده بود و نشان می داد) (شکل ۴). دوستانش ۸ تا از مهره هایش را برداشتند و شکل مهره هایش نیز به هم ریخت. او چشمانش را باز کرد و دو مهره باقی مانده را کنار هم گذاشت و همه انگشتانش را باز کرد و از یک دستش انگشت شصت و انگشت کوچکش را بست در حالیکه می شمرد ۱،۲، سپس انگشتان باقی مانده که هنوز باز بودند را یکی یکی شمرد و با خوشحالی (که نشان دهنده اطمینان او در جوابش بود) گفت: " ۸ تاش رو برداشتید "



شکل ۵

شکل ۴

۴- بحث و نتیجه گیری

طی این تحقیق که هم اکنون نیز در حال انجام است، کودکان در استفاده از الگوی شکلی- زمانی که با مهره ها چندتایی ها را می سازند- اعداد را به صورت کل (۵ بودن ۵)، با ترکیباتشان (هنگامی که در بازی با ۵ مهره ۳ تا از آنها را بر میداریم و دو تا روی میز باقی می ماند، او ۲ را می بیند و ۳ را پیدا می کند) و به عنوان قسمتی از اعداد بزرگتر (زمانی که در ۶ مهره با ۵ مهره آبی و یک مهره قرمز کار می کند ۵ را جزئی از ۶ می بیند) تجربه می کنند. کودکی که از الگوی انگشتی استفاده می کند همانطور که در شکل مربوط به مثال ۲ مشاهده می شود زمانی که تعداد مهره های اولیه اش را به وسیله انگشتانش نمایش می دهد و بعد تعداد مهره های باقی مانده روی میز را می شمرد و آنها را از تعداد اولیه کم می کند (انگشتانش را به همان تعداد می بندد)، هم عدد را به صورت کل می بیند (با انگشتان باز شده) و هم به راحتی دو بخش درون آن (قسمتی را که می بندد و قسمتی را که هنوز باز است) را حس می کند؛ او همچنین جنبه اصلی عدد را زمانی که تعداد انگشتان باز شده را درک می کند و جنبه ترتیبی عدد را زمانی که انگشتانش را به صورت منظم و ترتیب بندی شده می بیند تجربه می کند.

ما در طی بازیها مشاهده کردیم که کودکان از زمانی که به راز محقق پی بردند و از آن استفاده کردند به راحتی مراحل را یکی پس از دیگری طی کردند و مهره هایشان را به ۱۰ مهره افزایش دادند. اینها مواردی است که تاکنون در پی تحقیقمان آشکار شد ولی مواردی نیز وجود دارد که هنوز ذهنمان را به خود مشغول کرده است؛ از جمله اینکه بازی به این شکل چه کمکی به توسعه شمارش در کودکان خواهد کرد؟ و این فرایند چگونه با شمارش ارتباط برقرار می کند؟ یا اینکه کجا و در چه مرحله ای شمارش باید وارد بازی شود؟ اینها مواردی است که برایمان سؤال است و هنوز پاسخشان را نمی دانیم.

توصیه ای که بر اساس پیشینه تحقیق می توان عنوان کرد این است که، توجه کافی از سوی برنامه آموزشی، در زمینه تبحر یافتن کودکان در بکاربردن حقایق عددی، سبب خواهد شد مشکلات بسیاری از پیش روی کودکان در سالهای بالاتر (سالهایی که آموزش حساب به پایان رسیده است) برداشته شود. اما، برنامه های آموزشی بنا کننده آگاهی در زمینه واقعیت های عددی در کودکان، تنها از طریق فراهم نمودن محیط های یادگیری با ساختاری معنی دار، به مقصود خواهند رسید. ما امیدواریم که تحقیق حاضر به آگاهی های ما در این جهت بیافزاید.

مراجع:

۱- اصغری، امیر حسین، بهترین شروع کدام است؟ مجله آموزش ریاضی، سال پانزدهم، شماره ۶۰-۵۹

2-Eriksson, R., & Neuman, D.(1981) Mathematics teaching for children weak in maths during the first six school years, unpublished manuscript, Department of Education, Gotenberg.

3- Louise. S. S., Developing Automatic Recall of Addition & Subtraction Facts June 2006

4-Matron, F. & Booth sh., Learning and Awareness, 1997, Lawrence Erlbaum Association, Mahwah, New Jersey

5-Neuman, D. (1989) The Roots of Arithmetic Skills . Stockholm

6- Russell, R., & Ginsburg, H. P.(1984). Cognitive analysis of children's mathematical difficulties. Cognition and Instruction, 1,217-244