

شهودا واضحه!

شهودا واضحه! من اولین بار این عبارت را در دانشکده ریاضی شنیدم، زمانی که به عنوان دانشجوی سال اولی (یا به اصطلاح امروزی ها کفی) تازه وارد دانشگاه شده بودم. باید اعتراف کنم که اکثر مواقعی که این دو کلمه را می شنیدم احساس خوبی نداشتم چون اون چیزی که برای دوستم یا استادم شهودا واضح بود، اصلا برای من واضح نبود، شهودا یا غیر شهودا! اکنون، به عنوان یک متخصص در آموزش ریاضی احساس بهتری دارم چرا که می دانم اینکه چه چیزهایی شهودا واضح اند، یا برای چه کسانی و در چه زمانی این چنین اند سوال های عمیقی است که محققان زیادی را درگیر خود کرده است، اما دریغ از یک نتیجه شهودا غیر واضح! به هر حال، من به جای اینکه شما را درگیر بازی با این کلمات کنم، مایلم از شما دعوت کنم در تجربه ای ریاضی با من سهیم شوید؛ امیدوارم این تجربه هم چنان که شهود من را به چالش کشید شهود شما را نیز به چالش بکشد.

این داستان از نوشتن یک کتاب درسی شروع شد. نوشتن یک کتاب درسی مثل نوشتن جواب سوال های امتحان برای معلمی سخت گیر است که در آن باید حواس تان جمع باشد که بی مورد از عبارتی مانند «شهودا واضحه» استفاده نکنید ولی همزمان از دادن جزییات بدیهی هم خودداری کنید! شما باید یاد بگیرید که چگونه بین این دو جنبه به ظاهر متضاد تعادل برقرار کنید در حالی که من به هنگام نوشتن کتاب فکر می کردم می دانم چگونه این کار را بکنم! به خصوص به نظر می رسید که می دانم در مورد دو تا از مهم ترین موضوعات کتاب مورد بحث، «خطی بودن» و «خط»، و ارتباط این دو با یک دیگر چه باید بکنم؛ کافی بود درس را با مساله چوب کبریتی مورد علاقه ام (مساله زیر) شروع کنم و از آنجا به بعد شهودا واضح بود که پیوند ها یکی بعد از دیگری برقرار خواهد شد. و اما مساله چوب کبریتی مورد علاقه من:

برای ساختن شکلی مانند شکل زیر به چند چوب کبریت نیاز داریم؟



بدیهی است که جواب به تعداد مربع های مورد نیاز بستگی دارد. احتمالا خوانندگان این سطور به طور بدیهی ، و اما مخاطبان اصلی مساله با کمی کار خواهند دید که برای ساختن n مربع به $3n + 1$ چوب کبریت نیاز است، چرا که برای اضافه کردن هر مربع جدید باید از سه چوب کبریت استفاده کنیم. از طرفی اگر این رابطه خطی بین تعداد مربع ها و تعداد چوب کبریت ها را در صفحه مختصات رسم کنیم نقاط حاصل روی خطی با شیب 3 خواهند بود. ارتباط بین «خطی بودن» و «خط» از همین مشاهده ساده شروع می شود. توجه کنید که هر خط غیر قائم در صفحه (یعنی هر معادله ای به شکل $y = ax + b$) از این خاصیت خوب برخوردار است که با هر یک واحد افزایش در x y به مقدار ثابتی (که در واقع همان شیب معروف است) تغییر خواهد کرد. در ابتدا به نظر می رسد که می توان از این خاصیت شروع کرد و به خط رسید. در اینجا کمی دست نگه دارید و به این موضوع فکر کنید(چند دقیقه سکوت!).

اکنون احتمالا شما شکلی رسم یا حتی فقط آن را در ذهن تصور کرده اید که از خاصیت مذکور برخوردار است ولی خط نیست (شاید بعضی از شما به همین منظور فرمولی هم نوشته باشید). پس از این شکست اولیه در رسیدن به خط و از آنجایی که به طور کلی خوب است که از شکست ها درس گرفت، من تلاش کردم که کمی منعطف تر باشم و به جای اینکه فقط به یک واحد تغییر در x و تغییر حاصل از آن در y توجه کنم، به تغییر با قدم های دلخواه ولی ثابت در x و تغییر حاصل از آن در y توجه کردم. این به نظر وضعیت بهتری را به همراه دارد چرا که دوباره به راحتی می توان دید هر خط غیر قائم در صفحه از این خاصیت خوب برخوردار است که هرگاه x به طور یکنواخت تغییر کند، یعنی عدد ثابتی به طور مرتب به آن اضافه شود، y به طور یکنواخت تغییر خواهد کرد. اکنون دیگر شهودا واضح است که می توان از این خاصیت جدید شروع کرد و به خط رسید. ولی آیا واقعا این شهودا واضح است؟

چند دقیقه سکوت!

چند ساعت سکوت!

و برای بعضی از شما چند سال سکوت (زیرا جوابی که من برای این سوال می دادم حداقل به دو سال ریاضی دانشگاهی احتیاج دارد!) اجازه دهید کمی به شما کمک کنم . آیا می توانید به شکلی در صفحه فکر کنید که از خاصیت مذکور برخوردار باشد ولی خط نباشد. من که نمی توانم! ولی این به این معنی نیست چنین چیزی وجود ندارد؛ در واقع، و باید اعتراف کنم با کمال ناباوری، وجود دارد!! ولی شهودا ما (یا برای اینکه شما را ناراحت نکنم بهتر است بگویم شهودا من) همیشه به درستی کار نمی کند. در بسیاری از اوقات (از جمله این مورد خاص) تنها وسیله قابل اتکا ریاضیات ماست. پس بهتر است یاد بگیریم که کجا از کدام استفاده کنیم و یاد بگیریم که در صورت امکان هر یک را با دیگری حمایت کنیم؛ و بالاخره از عبارت «شهودا واضح است» تا وقتی که کمی به منبع این شهودا فکر نکرده ایم و یا تا وقتی که مطمئن نشده ایم که برای هر دو طرف درگیر در بحث واقعا چنین است استفاده نکنیم! البته من مطمئنم که این چند جمله آخر، توضیح واضحات و شهودا واضح بود، ولی من برای تاکید بیشتر آن ها را بیان کردم.

شهودا واضح باشید!

امیر حسین اصغری