تاثیر اریگامی بر توسعه ی تفکر جبری دانش آموزان

فائزه فلاحت[۱]، امیرحسین اصغری[۲]، صمد سلامتی هرمزی[۳]

محل کار و آدرس:استان هرمزگان- بندرعباس- مدرسه راهنمایی نمونه دولتی نورالهدی

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

آدرس پست الکترونیکی : *faezeh_falahat@yahoo.com*

Asghari.amir@gmail.com

samadsalamati@yahoo.com

چکیده

تحقیقات متعددی که در طول سالیان گذشته در سرتاسر دنیا انجام گرفته است ، به ما نشان دادند که برای بیشتر دانش آموزان ، جبر نه یک دروازه ، بلکه دیواری است که مسیر پیشرفت آن ها را مسدود کرده است. یادگیری جبر مستلزم استفاده از روش های بهتری است و تکرار و تمرین مطالب ، شاید تاثیر چندانی نداشته باشد ، لذا داشتن نوعی تفکر در جبر و حل مسایل آن و ایجاد راه کارهای مناسب برای برخورد با حروف جبری ، ضروری است. بنابراین می توان مسائل جبری را به وسیله ی تغییر در نوع فعالیتی که دانش آموزان با آن سر و کار دارند ،بسیار با مفهوم تر جلوه داد و محیطی برای پیشرفت و پرورش دادن مهارت هایی از قبیل توصیف و تفسیر و درک محیط طبیعی خود ، فراهم کرد. برای پیشبرد این اهداف می توان دانش آموزان را با یک سری فعالیت های فیزیکی مهیج و جذاب درگیر کرد ؛ یکی از این فعالیت ها ، روش"تا کردن کاغذ" است. این مقاله به دنبال فرصت هایی برای ایجاد ارتباطاتی بین راه حل جبری و راه حل اریگامی برای حل مسائل است تا به این وسیله دانش آموزان معنای عبارت ها و عملیات جبری را مورد واکاوی قرار دهند.

کلمات کلیدی: اریگامی – تفکر جبری– جبر

۱– مقدمه

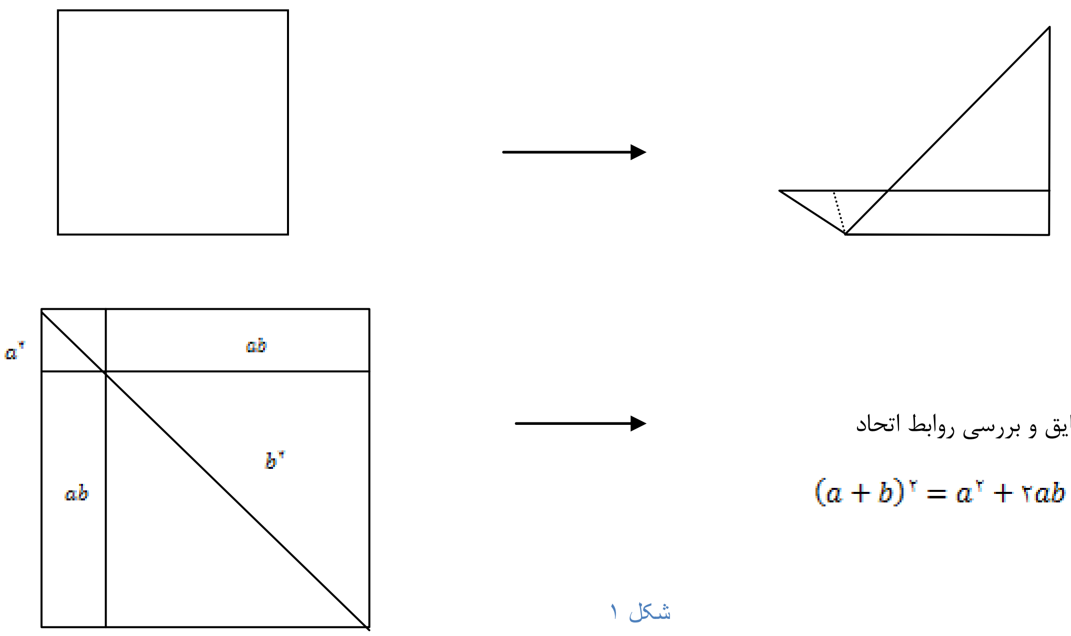
آشنایی مقدماتی با زبان و نمادهای ریاضی ، کسب آمادگی لازم برای مطالعه سایر علوم ، توانایی استدلال کردن ، مهارت در حل مسئله و مدل سازی ، از مهمترین اهداف آموزش ریاضی در دوره دبیرستان است که معلمان ریاضی به عنوان بخشی از اعضای آموزشی در تحقق این اهداف نقش بسزایی دارند. در مقطع دبیرستان با معرفی مفاهیم جبر و حسابان در کتاب های ریاضی ، ریاضیات نمادین و صورت های آن، چهره ی غالب تری بر صورت های ملموس و غیر رسمی دارد؛ همین امر موجب می شود دانش آموزان در برخورد با مفاهیم ریاضی و یادگیری آن با مشکلات زیادی مواجه شوند. بسیاری از دانش آموزان درک نمی کنند که جبر یک ابزار ((حل مساله)) است،بلکه جبر را یک سری نشانه های محاسباتی می دانند .(برگرفته از آذرنگ،ص۱۶) به طور کلی مفاهیم در قالب های رسمی و به صورت نمادین ، پر محتوا هستند و معانی آن ها به سادگی آشکار نیست . بنابراین بهتر است در برخورد با مفاهیم جبری، دانش آموزان را با مسیرهای مناسب تری آشنا سازیم و

ضرورتا تنها به ابزار های نمادین – حرفی اتکا نکنیم . کاغذ وتا ، یکی از ساده ترین شیوه ها برای آموزش ریاضیات است.انداختن رد خط های راست روی کاغذ، کار ساده ای است که با آن می توان رابطه ها و قاعده های بین خط ها و زاویه ها را نمایش داد و اثبات کرد. شاید بتوان استفاده از کاغذ را ، با توجه به قابلیت آسان شکل گیری آن و همچنین در دسترس بودن آن به عنوان راهکاری مناسب برای دانش آموزان به کار گرفت بطوری که مفاهیم ریاضی و به ویژه مفاهیم جبری را بهتر درک کنند.

۲- جبر در اریگامی

((جبر)) دروازه ی ورود به قلمرویی است که در آن دانش ما از ریاضیات شکل می گیرد، توسعه می یابد و به جهان پیرامون ما پیوند می خورد.(استیسی، اصغری، ص۴) تحقیقات کوچک و بزرگ، ملی و بین المللی متعدد به ما نشان دادند که بسیاری از دانش آموزان، قابلیت های جبر را به درستی درک نمی کنند و حتی وقتی وادار به استفاده از آن می شوند، از آن به سطحی ترین شکل ممکن استفاده می کنند.(استیسی و اصغری ، ص۴) فعالیت های عملی نقش مهمی در آموزش مفاهیم آموزشی ایفا می کنند که با استفاده از این گونه فعالیت ها می توان در دانش آموزان ایجاد انگیزه کرد و زمینه را برای بروز استعداد ها مهیا کرد. فعالیت های "اریگامی[1] " روشی سودمند برای آموزش مفاهیم ریاضیات و انجام فعالیت های کارگاهی است. این مقاله سعی می کند تجربه هایی را که برای بکار گرفتن دانش آموزان با استفاده از فعالیت های "کاغذ و تا " در مفاهیم جبری وجود دارد را مورد بررسی قرار دهد.

در فعالیت های جبری اگر چه از حروف استفاده می شود اما این حروف بسیار غنی هستند.به عنوان مثال در آموزش اتحاد ها که با استفاده از کاغذ انجام می شود و طی مراحلی یک ورق کاغذ به یک قایق کاغذی تبدیل می شود. (پیوست)



گسترده قایق و بررسی روابط اتحاد

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

شکل ۱

1. Origami

سوالی که در این مرحله می تواند مطرح شود و این است که آیا انجام این فعالیت با استفاده از کاغذ برای رسیدن به گسترده ی آن چه فایده ای دارد ؟ آیا نمی توان گسترده ی این اتحاد را روی تخته نمایش داد؟ آیا فعالیت های اریگامی ارزش زمانی که برای این فعالیت ها صرف می شود را دارا می باشد؟

بطور کلی مفهوم فعالیت های اریگامی چیزی بیشتر از تا کردن کاغذ است. تجربه هایی که دانش آموزان به وسیله اریگامی در این گونه فعالیت (آموزش اتحاد) کسب می کنند، می توانند مفاهیم جبری را مورد بررسی قرار دهد.

۲-۱- ایجاد فعالیت گروهی اریگامی برای آموزش اتحاد

در این فعالیت دانش آموزان (بدون در نظر گرفتن شرایط خاص) قایق های متفاوتی را می سازند و به همین ترتیب گسترده های متفاوتی را نیز بدست می آورند ، همین امر این فرصت را به معلم می دهد که قبل از اینکه اتحاد ها را به وسیله ی نماد ها معرفی کند ، خود دانش آموزان تغییرات مربوطه و آن چیزی که در حال تغییر است را لمس کنند.

۲-۲- طراحی قایق با شرایط خاص

ساختن قایق به منظور رسیدن به گسترده ی آن که توسط دانش آموزان انجام می گردد، می تواند با انتخاب a ,b طراحی شود. یعنی آنها تشخیص دهند که مربع ها و خطوط در کجا قرار می گیرند. البته دانش آموزان در این مرحله گسترده های یکسانی بدست می آورند که می توان با پرسش هایی از این قبیل به آن ها کمک کرد که تجربه های دیگری را نیز کسب کنند. اگر a ,b را تغییر دهیم چه اتفاقی می افتد؟ آیا می توان بادبان قایق را کوچک کرد؟ به این روش دانش آموزان می توانند تغییرات دیگر را روی گسترده و شکل ظاهری قایق بررسی و پیش بینی کنند.

۲-۳- بررسی روابط اتحاد بر گسترده ی قایق

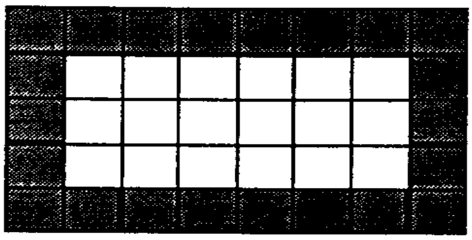
در این تجربه دانش آموزان با توجه به اینکه اندازه مربع (کاغذ) را در اختیار دارند ، خود به خود $(a+b)$ را نیز در اختیار دارند و اگر a را برای آن ها تعیین کنیم ، دانش آموزان می توانند تغییرات دیگر را نیز پیش بینی کنند و b را مشخص کنند و به همین ترتیب ab ,b^2 را بدست آورند.به این روش دانش آموزان روابط اتحاد را به خوبی درک می کنند.

استدلالی که باعث می شود این فعالیت اریگامی به یک فعالیت جبری تبدیل شود ، این است که با توجه به همه ی تغییراتی که ما روی تا کردن کاغذ و ساختن قایق انجام می دهیم ، دانش آموزان در نهایت یک قایق بدست می آورند .در حقیقت در این فعالیت تا کردن کاغذ ، خطوطی ثابت و خطوطی در حال تغییرند، که

دانش آموزان باید بتوانند آن ها را نشان دهند. به این روش مفهوم مورد نظرما(مفهوم متغیر) در عمل ارائه می گردد.

۳- تطبیق راه حل جبری با راه حل اریگامی

"یک مستطیل به شکل زیر کشیده شده است و خانه های محیطی این مستطیل همانطور که در شکل مشخص است، رنگ آمیزی شده است. همانطوری که قابل مشاهده است، تعداد خانه های رنگ آمیزی شده در کناره اضلاع با تعداد خانه های رنگ آمیزی نشده در مرکز مستطیل برابر نیست، آیا ترسیم مستطیلی همچون این شکل ممکن است، به طوری که تعداد خانه های رنگ آمیزی شده ی محیطی با تعداد خانه های مرکزی مساوی باشد؟" (آرکاوی ،ص۲۹)



شکل ۲

۳-۱- راه حل جبری

راه حل جبری پیشنهادی به این صورت می باشد : می توان را با مساوی قرار دادن $۲a + ۲(b - ۲)$ به عنوان تعداد خانه های محیطی با $ab - (۲a + ۲(b - ۲))$ به عنوان تعداد خانه های مرکزی ، آغاز کرد. پس از انجام برخی ساده سازی ها معادله $ab - ۴a - ۴b - ۸ = ۰$ را به دست آید. می توان نوعی فاکتور گیری را به منظور تسهیل در یافتن جواب و همچنین به منظور به وجود آمدن امکان استنباط تمامی اعداد صحیح ممکن انجام داد.

اولین تلاش به $a(b - ۴) - ۴(b - ۲) = ۰$ منجر می گردد. اما این فاکتور گیری چندان سودمند نمی باشد، اما اگر بتوان $(b - ۲)$ را به $(b - ۴)$ تبدیل کرد، این عملیات فاکتور گیری موثر خواهدبود. لذا به طرفین معادله اولیه، عدد ۱۶ را اضافه می کنیم. در نتیجه معادله $(b - ۴)(a - ۴) = ۸$ به دست می آید. بدین شکل تنها دو مستطیل ممکن که ۱۲×۵ و ۸×۶ بودند را به دست می آید. (برگرفته از آرکاوی ،صص۳۰-۲۹)

۳-۲- راه حل اریگامی

در یکی از کلاسها با یک راه حل بسیار متفاوت برای این مسئله مشاهده نمودیم. پس از آنکه بسیاری از دانش آموزان مدت زیادی صرف بازی با علائم جبری نمودند و به پیشرفت قابل توجهی نرسیدند، یکی از دانش

آموزان با راه حل مذکور به معلم مراجعه نمود، معلم تصمیم گرفت که راه حل وی را برای دانش آموزان تشریح نماید. راه حلی که در آن در کمال شگفتی به هیچ عنوان از علائم جبری استفاده نشده بود. ، مهارت و دانش بالای دانش آموز در اریگامی وی را به چنین راه حلی رهنمون کرده بود. او به صورت ذهنی یکی از سطر های رنگ آمیزی شده مرزی مستطیل رابر روی سطر مجاور مرکزی خود (که رنگ آمیزی نشده بود) تاکرد. بنابراین تعداد خانه های رنگ آمیزی شده مرزی با تعداد خانه های رنگ آمیزی نشده مرکزی مطابق شد ، البته به جز دو خانه رنگ آمیزی شده بیشتر. با تکرار این عمل بر روی سطر مرزی دیگر، دو خانه نامطابق دیگر نیز به ۲ خانه ی قبلی اضافه شد. پس از آن وی ستون های رنگ آمیزی شده مرزی را نیز به استثنای خانه های گوشه(که قبلا تا شده بود) تا کرد. بدین شکل چهار خانه نا مطابق دیگر نیز به ۴ خانه قبلی افزوده شد و تعداد این خانه ها به عدد ۸ رسید (در هرگوشه دو خانه ی نامطابق) . هم اکنون برای تطبیق کامل خانه های مرزی و خانه های مرکزی کاری که باید انجام می داد، تطبیق این ۸ خانه تطبیق نشده بود. بدین منظور حل این مسئله، ۸ خانه مرکزی تطبیق شده باید خود تشکیل دهنده یک مستطیل می بودند. بنابراین تنها دو حالت ممکن است. حالت اول یک مستطیل ۸×۱ و حالت دوم یک مستطیل ۴×۲ . با انجام معکوس عملیات تا کردن درهمه فرایند اریگامی، وی توانست دو مستطیل مورد سوال مسئله را به دست آورد. شاید توضیح شفاهی این فرایند کمی پیچیده به نظر برسد، اما با انجام عملی فرایند اریگامی(تاکردن کاغذ در کلاس) این راه حل بسیار ساده و بامفهوم خواهد بود. این راه حل ، راه حلی بسیار خلاقانه و هوشمندانه بود. راه حلی که کاملا کلی بود و در آن از هیچ علامت جبری استفاده نشده بود و بسیار هم ملموس بود. (برگرفته از آرکاوی، ص۳۰)

۳-۳- تطبیق دو راه حل

نکته جالب این راه حل را می توان اینگونه مورد توجه قرار داد: گرچه در این راه حل از علائم جبری استفاده نشده بود، اما این راه حل نیز با راه حل جبری ارائه شده ی قبلی ارتباط تنگاتنگی دارد. وقتی یک مسئله را به صورت علائم جبری مدلسازی می کنیم خود را از مفهوم آن علائم جبری و چیز هایی که آن علائم نماد آنها هستند کاملا منفک می کنیم. مراحل میانی حل مسئله (بعد از مدلسازی جبری و قبل از رسیدن به جواب) معنای خاصی ندارند و ارتباط خاصی نیز با چیزهای مدلسازی شده در این مراحل وجود ندارد. در این مراحل بیشتر یک سری عملیات مکانیکی جبری در جهت رسیدن به جواب انجام می گیرد. هرچند که دراین مورد راه حل اریگامی و راه حل جبری یک نقطه برخورد یا اشتراک دارند. در راه حل جبری اینگونه به نظر می رسد که عدد ۸ فقط طرف دوم هدف تعیین شده ما یعنی معادله $(b - ٤)(a - ٤) = ٨$ بود، در حالیکه در راه حل اریگامی عدد ۸ به دست آمده در درون خود معنای کامل معادله ی فوق را دارا می باشد.(برگرفته از آرکاوی،ص۳۰)

۴- آموزش اتحاد های جبری با استفاده از اریگامی

چگونگی آموزش ریاضی از موضوعات مهم و مورد بحث کارشناسان و آموزشگران ریاضی است.در این مقاله آموزش اتحاد های جبری با استفاده از اریگامی ارائه می گردد.از جمله اهدافی که به دنبال آن هستیم این است که :

الف) اتحاد ها را می توان به نوعی آموزش داد که دانش آموز تصور کند خود آنها را کشف کرده است و در نتیجه از یادگیری آن لذت ببرد.

ب) محیط کلاس از حالت یکنواختی خارج شده و به یک مرکز فعال یادگیری تبدیل می شود.

ج) به شاگردان فرصت داده می شود تا خود مفهوم تازه ای از مطالب ارائه شده را پیدا کنند و در نتیجه مطالب درسی را بهتر بفهمند.

د) اضطراب کاهش می یابد و کاهش اضطراب یادگیری را آسان تر می کند.

ه) تدریس بیشتر بر مبنای مشاهده و تجربه است تا شنیدن سخنرانی.

و) به جای گسترش محفوظات، خلاقیت و تفکر دانش آموز پرورش می یابد.

مهمترین اهداف این روش که باعث متمایز ساختن آن از روش های متعارف آموزشی گردیده این است که مفاهیمی همچون مفهوم متغیر را   با توجه به قابلیت آسان شکل گیری کاغذ بهتر به دانش آموزان منتقل می شود.

۵- اتحاد های جبری و مدل های اریگامی

با توجه به اینکه اتحاد های جبری بخش مهمی از مباحث ریاضی سال اول متوسطه را شامل می باشد، تدریس این مفاهیم نیز از اهمیت خاصی برخوردار است. به اتحاد های زیر توجه کنید :

$$(a-b)^۲ = a^۲ - ۲ab + b^۲ \qquad (۱)$$

$$(a+b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲ \qquad (۲)$$

در این مرحله، روش اریگامی با ساختن مدل های کاغذی مانند قایق و خروس نشان می دهد که گسترده ی این مدل ها اتحاد های جبری $(a-b)^۲, (a+b)^۲$ را به تصویر می کشد . که مراحل ساخت این مدل های اریگامی وروابط اتحاد های جبری بر گسترده این مدل ها بررسی می شود. در این مقاله به عنوان نمونه تنها به بررسی یکی از اتحاد ها ی جبری پرداخته ایم.(ساستری،ص۳۵)

حال سوالاتی از این قبیل که چگونه بادبان قایق را بلند تر بسازم؟ چگونه سکان قایق را کوچکتر بسازم؟ آیا a ,b ثابت هستند؟ یا باید آنها را تغییر داد؟ می تواند ذهن دانش آموزان را با مفاهیم جبری درگیر کند و به این روش دانش آموزان می توانند مفاهیمی همچون اتحاد و مفهوم متغیر، یعنی اینکه a ,b می توانند تغییر کنند در حالی که کل اتحاد همچنان برقرار است را تجربه کنند. در حقیقت ما به این روش ابزار فکر کردن را به دانش آموز می دهیم.

۶-نتیجه گیری

از آن جا که ضعف دانش آموزان در یادگیری ریاضیات و به کارگیری آن ، ناشی از عدم شناخت مفاهیم ریاضی است، سعی شده است تا مفاهیمی انتخاب شود که گر چه به ظاهر از نظر آموزشی مشکل تر هستند، از نظر بنیادی از جمله اساسی ترین مفاهیم ریاضی به شمار می آیند.تجربه های ارائه شده در این مقاله به ایجاد زمینه های مناسب برای شروع و معرفی مفاهیم جبری و همچنین، به کارگیری ابزارها و روش های تدریس مناسب کمک می کند ، ولی در هر حال امکان این است که بتوان روشی بهتر و جامع تر و موثرتر ارائه کرد. سخن آخر آنکه "سالها و سالهاست که ریاضیدانان تلاش می کنند که تفکر و مفهوم را به آموزش ها و دستورالعمل های ریاضیات بازگردانند تا بتوانند روش های جایگزینی را برای حالت رسمی و خشکی که در بیشتر کلاس های ریاضیات حاکم است، بیابند، اما علی رغم تئوری ها، کاربردها ، دوره های آموزشی و ابزارهای جدید، چنین تلاشی هیچ گاه به سرانجام نرسیده است. جنگ با فرمول گرایی و حرکت های بدون تفکر، جنگی ابدی است. "

منابع و مواخذ:

۱.اصغری،امیرحسین و استیسی، کی (۱۳۸۸) **گذر از تفکر حسابی به تفکر جبری**،مجله رشد آموزش ریاضی ، شماره ی ۹۵،صص۱۱-۴.

۲. آذرنگ، یوسف(۱۳۸۷) **ریاضی۱ و بدفهمی های دانش آموزان**، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۹۳،صص۲۱-۱۶.

۳..ARCAVI , ABRAHAM , **Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics ,**For the Learning of Mathematics 14,3(November ,1994)FLMP Publishing Association , Vancouver , British Columbia , Canada

٤.SASTRY ،V.S.S., **Origami-Fun and Mathematics** ,published by Vigyan Prasar