یکان

۱۲

سال یکم ـ شمارهٔ دوازدهم
بهمن‌ماه ۱۳۴۳
بها : ۳۰ ریال

مجلّه ریاضیات

در این شماره :

سرمقاله	ترجمهٔ دکتر علاء کیانی	۱
بینهایت در ریاضیات	ترجمهٔ مهدی مامقم	٤
ایشتاین	ترجمهٔ احمد بیرشک	۷
فصلی از تاریخ علوم ریاضی	ترجمهٔ باقر امامی	۱۱
دومین شب میهمانی	ترجمه و تنظیم از پرو. بزشهریاری	۱٤
تبدیل	ایرج ادیبی	۱۸
ترسیمات هندسی فقط با پرگار	حبیب‌الله عبداللهی	۳۰
مسائل امتحانات للت اول دبیرستانها	—	۳۱
حل مسائل شماره‌های گذشته	—	۳٤
حل مسائل نمونه	—	٤۲
مسائل برای حل	—	۵۰
اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی	ایرج ارشاقی	۵۷
اشتباه از چیست	—	۵۸
سرگرمی	—	۶۰

ماشینهای محاسبه
و
مغزهای الکترونیکی
از سری کتابهای کاوش در
ریاضیات نوین
منتشر شد

از انتشارات : ایران مک گروهیل
سازمان انتشارات و خدمات فرهنگی

نامهٔ زیر از آقای دکترعلی افضلی‌پور ، استاد دانشگاه، دربارهٔ چاپ مقالهٔ ایشان در شمارهٔ ۱۱ به دفتر مجله رسیده است . تصمیم بر آن گرفتیم که متن نامهٔ ایشان را بدون نقطه‌ای پس‌وپیش و اظهارنظر باهمان شیوهٔ کتابتی که خود مرقوم داشته‌اند چاپ کنیم .

«شورای نویسندگان»

آقای عبدالحسین مصحفی صاحب‌امتیاز محترم مجله یکان

همکار گرامی

این‌جانب ازبدو انتشار یکان (مجله ریاضیات) همواره با نهایت علاقه ودقت آنرا مطالعه کرده وازاینکه میدیدم چندتن از لیسانسیه‌های باارزش‌دانشکدهٔ‌علوم که‌همه‌ازدوستان من‌هستند بنشر چنین مجلهٔ سودمندی پرداخته‌اند بسیار خوشوقت بودم. بدین‌سبب باوجود گرفتاریهای گوناگون بمنظور همکاری‌باآنان وآشناکردن خوانندگان مجله‌بایکی از مباحث‌جالب یکی ازمهمترین رشته‌های ریاضیات کنونی مقاله‌ای دربارهٔ «ماهیت روشهای آماری» تهیه نمودم‌که در یازدهمین شمارهٔ آن مجله درج شده‌است

باعث نهایت تأسف‌است‌که شورای نویسندگان متن نوشته این‌جانب را تغییرداده است. اگربااین عمل موضوع مقاله بهتر یاآسانتر درك ویا مطالب نادرست آن احیاناً اصلاح میشد سخنی نبود. حتی درچنین‌موردی نیز اقتضا داشت این تغییرات بانظر نویسنده که قریب سی‌سال است افتخار استادی دانشگاه تهران را دارد صورت میگرفت .

(دنباله درصفحهٔ ۲۰ مکرر)

یکان سال

حاوی : مقاله‌های جامعی در سیر تکاملی علوم ریاضی ، نجوم ، فیزیك و شیمی‌حل مسائل امتحانات نهائی ایران ـ مسائل امتحانات نهائی وکنکور کشورهای دیگر، حل‌مسائل نمونهٔ ممتاز ـ داستانهای تفننی ریاضی و مطالب دیگر

اسفندماه ۱۳۴۳ منتشر می‌شود

کتابفروشی هاشمی

شیراز

مرکز پخش و انتشار مطبوعات مفید و ارزندهٔ ایران در فارس

از تألیفات هوشنگ شریف‌زاده

پانصد مسألهٔ فیزیك

برای کلاسهای پنجم دبیرستان و داوطلبان کنکور دانشکده‌ها

بها: ۱۰۰ریال

۴۲۰ مسألهٔ فیزیك

برای کلاسهای چهارم دبیرستان و داوطلبان کنکور دانشکده‌ها

بها: ۶۰ ریال

راهنمای فیزیك

برای کلاسهای سوم دبیرستان

بها: ۳۰ریال

ناشر: بنگاه مطبوعاتی معراجی

تهران ـ خیابان ناصرخسرو

یکان

مجلهٔ ریاضیات

شمارهٔ دوازدهم ـ سال اول

بهمن‌ماه ۱۳۴۳

از انتشارات : **ایران ـ ملك‌گروهیل**

تخت‌جمشید ـ چهارراه روزولت ـ شمارهٔ ۲۸۲

تلفن : ۷۵۶۸۶۳

صاحب امتیاز : عبدالحسین مصحفی

زیر نظر شورای نویسندگان

هرماه یکبار منتشر می‌شود

نشانی پستی : صندوق پستی ۲۰۶۳

اشتراك سالانه (۱۲شماره) ۲۰۰ ریال

تك‌شماره ۲۰ریال

مقاله‌های رسیده مسترد نمی‌شود

چاپ آذر

کشورهـای مترقی ، در سالهای اخیر دست به کار تجدید نظر دربرنامه های ریاضیات دبستانی ودبیرستانی خود زده‌اند. از آن جمله در کشور آمریکا گروههای مختلفی از استادان ومعلمان و صاحبنظران تشکیل شده است وبه‌این مهم اقدام ورزیده‌اند . هر گـروه در این باره مطالعات ژرفی نموده و برنامه‌ای تنظیم و پیشنهاد کرده است و در ضمن گزارش کارخود را نیز به صورت جزوه‌ای انتشار داده‌است یکی ازاین گروهها، در آن کشور، به‌نام گروه «کامبریج» معروف است که متشکل از ۲۹ نفر ریاضیدان حرفه‌ای وکسانی است که درشغل خود ریاضیات را به‌کار می‌برند. در جزوه‌ای که اینان به چـاپ رسانده‌اند ، آقای «فرانسیس کپل» (Francis Keppel)، مسئول امر تعلیمات در آمریـکا (وزیر آموزش و پرورش) ، مقدمـه‌ای نوشته است. این مقدمه چون از پاره‌ای جهات دارای نکات آموزنده است، (بـلااقل به نظرما چنین است)، شورای نویسندگان یکان برآن شدکه ترجمهٔ آن راازنظر خوانندگان بگذراند . اینک این شما واین ترجمهٔ مقدمهٔ موردبحث.

●●●

اگر کسی بخواهد به‌پیشرفتهای مهمی که دردهسال گذشته نصیب دستگاه آموزشی کشور شده‌است وقوف یابد، باید به‌تغییرات برنامه، تغییراتی که هرگز پایان نمی‌پذیرد، وانقلابی کـه این تغییرات در وضع مدرسه به‌وجود آورده است، توجه کند. این تحول بـاتجدیدنظر در برنامهٔ ریاضیات وعلوم شروع‌شده وسپس کلیهٔ برنامه های دبستانی و دبیرستانی را تحت‌تأثیرقرارداده‌است.

اصلاحات اخیربرنامه دارای چنان مشخصه هایی است که‌آن را ازتغییراتی که‌در گذشته نصیب برنامه ها می‌شدکاملاً متمایز ساخته‌است. تلاشی که برای این تغییرات به‌عمل‌آمده است تا حدودبسیاری جنبهٔ همگانی داشته یـا حداقل‌دریك حوزهٔ وسیع انجام گرفته است . این‌تغییرات به وسیلهٔ دانشمندان دانشگاه ومعلمان ورزیده رهبری وهدایت شده‌است . نه‌ازنظر رهبری‌صرف،

بلکه از لحاظ اجرای روزانهٔ تلاشها ، همکاری این چند گروه باعث شده است که دیوار یوسیده‌ای که بین استادان دانشگاه و دبیران دبیرستانها و آموزگاران دبستانها جدایی انداخته بود ویران گردد. این دسته‌ها ناگزیر بودند که بی‌هیچ استثنایی از مرحلهٔ اتخاذ تصمیم و تعیین سیاست و تنظیم برنامهٔ کار روزانه بگذرند و به‌تهیهٔ مواد برای استفادهٔ مدرسه بپردازند .

این عده در کار خود به موفقیتهای شایانی نایل‌شده‌اند و همین موفقیتها نقایص کار آنان را پوشانده است. با این حال چنین نقایصی وجود دارد، اما نه آن‌چنان که بشود آنها را بسیار مهم انگاشت. در این که آیا نقایص موجود در جنبش اصلاحی فعلی به‌آن‌اندازه مؤثرند که بشود آنها را تهدیدی برای هدفهای مشخص جنبش به‌شمار آورد، باید کمی تأمل کرد .

این نقایص از عدم ثباتی که از مشخصات اصلاحات برنامه‌ای است ناشی می‌شود. از یک طرف، قصد دانشمندان این است که رشتهٔ درسی را به قسمی که خود به آن توجه دارد در برنامه بگنجانند و دانش‌آموز را به‌سوی آینده‌ای با مباحثی مهم و ماجراجویانه سوق دهد. البته این نیت مسبوق به‌این اعتقاد است که شاگرد دارای چنان استعدادی است که می‌تواند همه چیز را فراگیرد و به‌عالیترین مقام علمی نایل آید. اما این تصور، از طرف دیگر، باوقوف به‌این حقیقت که توانایی شاگرد در یادگیری، رابطهٔ مستقیم با توانایی معلم در امر تعلیم دارد و آن را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد ، جای تردید است. اگر بنا است که شاگرد به‌سرحدات دانش برسد، معلم باید لااقل این سرحدات را بشناسد. اگر می‌خواهیم که انگیزهٔ شاگرد را تحریک کنیم که در این وادی به راه افتد، معلم باید دست کم بداند که کدام راه به بیراههٔ منتهی می‌شود. این حقایق است که در اصلاح برنامه محدودیتهایی به وجود می‌آورد . یعنی رشته های نوین درسی طوری تغییر داده می‌شود که معلم، بایک کار آموزی مجدد، بتواند از عهدهٔ تعلیم آن رشتهٔ درسی به خوبی برآید. باوقوف به‌این محدودیتهاست که کارشناسان برنامه‌ناچارند حدی برای اصلاحات بپذیرند، حدی که دایرهٔ آن، متأسفانه، بسیار تنگ است.

اگر مطلب به همین جا ختم می‌شد، نتیجه‌اش مصیبت‌بار می‌شد. برنامه‌های نوینی در دستگاه آموزش و پرورش وارد می‌شود که نقایصی همراه می‌آورد که باید به‌نوبهٔ خود در رفع آنها کوشید . برنامه های تازه که با التهاب داخل دستگاه آموزشی می‌شود، مانند برنامه های قدیم، آن‌قدر ادامه پیدا می کند که نه‌تنها دیگر جوابگوی احتیاج مردم نیست، بلکه در واقع برای کشور غیرقابل تحمل می‌شود. با روشهای محافظه‌کارانه‌ای که در دستگاه آموزشی وجود دارد و این که دانشمندان تمایلی به‌برگشت به‌روشهای قدیم دارند، نقیصهٔ برنامه‌ای، تا مدتی نزدیک به‌پنجاه‌سال به‌درازا خواهد کشید.

این گزارش قدمی تهور آمیز برای مقابله با این مشکلهٔ مهم است. در اینجا مسئلهٔ محدودیتهای دستگاه آموزشی مشخص شده‌است. این حقیقت عیان گشته است که نه‌تنها اکثر معلمان ریاضی فاقد

نیستند که برنامه‌های نوین ریاضیات را تدریس کنند، بلکه باید گفت که تقریباً کافهٔ آنان از درک آن نیز عاجزند. کارآموزی مختصری که در زمان کوتاهی صورت گیرد، هرگز برای حل این معضل کفایت نمی کند. برنامهٔ سال اول دارای چنان مفاهیمی است که یك معلم متوسط، به‌طور کلی، از آن بی‌اطلاع است.

به‌هرحال، اینها برنامه‌هایی است که مدارس باید اجرای آنهارا هدف خود قراردهند. اگر معلمان قادر نیستند که آنهارا امروز اجرا کنند، باید ترتیبی اتخاذ شود که بتوانند آن‌را در ده یا بیست سال دیگر انجام دهند. اگراین مواد، مطالبی است که باید آموخته شود، مؤسسات تربیت معلم باید از هم اکنون به فوریت در فکر آماده ساختن معلمان ما، به‌مقیاسی وسیع، باشند. به‌هرتقدیر، برنامه ها باید اصلاح شود ولوآنکه در چهارچوبی کوچك باشد، ولی هدف غایی و نهایی اصلاحات اساسی وژرف برنامه ها نباید از نظر دور بماند و به‌هرقیمتی شده باید اقداماتی کرد که به‌این هدفهای بزرگ رسید.

آیا هدفهایی که در این گزارش تهیه شده است قابل اعتماد است ؟ آیا می‌توانیم قبول کنیم که برنامهٔ پیشنهادی این گزارش در حقیقت آن برنامه‌ای است که ما باید در سال ۱۹۹۰ داشته باشیم ؟

ازاین موضوع که پاسخ این سؤالها، به طور کلی، قطعیت ندارد، نباید ناراحت شد. هیچ یك ازما نمی‌دانیم که اجتماع مادرسی سال دیگر چگونه خواهد بود و در ریاضیات چه نقشی در چنان اجتماع بازی می کند. این گزارش نظر بیست و نه نفر از بزرگترین ریاضیدانان و دانشمندان علوم راعرضه می‌دارد و راهی را که باید در پیش گیریم نشان می‌دهد. آنان هدفهایی برای آینده تعیین کرده‌اند که اگر می‌خواهیم درطریق پیشرفت گام برداریم، باید اقداماتی درشرایط فعلی درجهت نیل به آن هدفها به عمل آوریم. با گذشت زمان ، شاید این هدفها به طور کلی تغییر یا بندولی از اقداماتی که انجام داده‌ایم هرگز پشیمان نخواهیم شد، چه لااقل شیوهٔ صحیح راه‌پیمایی در این وادی را آموخته‌ایم.

اگرما این گزارش رانتها از نظر برنامهٔ ریاضیات مطالعه کنیم دچار اشتباه شده‌ایم. راهی را که ریاضیدانان دراین گزارش پیش گرفته‌اند ، راهی است که باید همهٔ دانشمندان در رشته‌های خود بپذیرند. اگر تجدیدنظر در برنامه باید نقش حیاتی خود رادرفرهنگ کشور ما ایفا کند، باید شهامت آن را داشته باشیم که دورتر از احتیاجات فعلی وحتی امکانات موجودرا ببینیم. انجام‌دادن این منظور برای رشته‌هایی که سادگی فطری ریاضیات راندارند بسی مشکلتر است ولی این امیدواری هست که این گزارش رهنمون کسانی واقع شود که رشته‌های تعلیمات عمومی مورد نظر ایشان است.

ترجمه از: دکتر علاء کیائی

بینهایت در ریاضیات

ترجمهٔ مهدی مدغم

نامه‌های بسیاری به ما می‌رسد که همه حاکی از اشکالی است که نویسندگان آنها دربارهٔ بینهایت دارند . دربرنامهٔ ریاضیات دبیرستانی ما کار با بینهایتها وجود دارد ولی متاسفانه آنچنانکه باید مطلب برای دانش آموزان شکافته نمی‌شود . برای رفع این اشکال وآشنائی بیشتر با مفهوم بینهایت در ریاضیات از آقای «مهدی مدغم» ، که همکاری ایشان با یکان بسیار مغتنم است ، خواهش کردیم که مقالـه زیرین را از مجلهٔ ریاضیات دانش‌آموز ترجمه‌کنند تا در اختیار خوانندگان عزیز قرارگیرد .

امید است که با خواندن این مقاله بسیاری از اشکالهای مربوط به بینهایت مرتفع گردد .

«شورای نویسندگان»

یکی از مواردی که انسان را از سایر حیوانات متمایز می‌سازد طرز تفکر اونسبت به موجوداتی است که در اطراف وی قراردارند . در حالی که همهٔ حیوانات متوجه خود هستند و شاید متوجه رابطهٔ خود با سایر اشیاء نیز باشند ، بظاهر تنها انسان است که می‌تواند خواصی از موجودات را مد نظر قرار دهد که خود جزئی از آن موجودات نیست . مثلا بیشتر وقتی که به سن رفتن مدرسه می‌رسیم ، می‌دانیم علت اینکه یك دانه سیب که که روی دودانه سیب گذاشته شود جمعا سه سیب می‌شود آن است که یك به علاوهٔ دو می‌شود سه . اعداد یك و دو و سه جزئی از سیبها هستند ، زیرا هیچیك از خواص شیرینی و ترشی و سرخی و زیبائی که در سیبها هست در این اعداد نیست . سیب هسته یا تخم دارد و حال اینکه این اعداد هسته ندارند . اعداد یـك و دو و سه ، غیر از سیب ، خـواص مجموعه‌های مختلف اشیاء دیگر نیز می‌باشند . این اعداد مجرد نـامیده می شوند و هدف ریاضیات مطالعهٔ روابط بین اعداد است که از ابتدا از مجموعه های اشیاء انتزاع پیدا کرده مجرد شده‌اند .

از هنگامی که ما به مجرد ساختن اعداد از اشیاء عادت کرده‌ایم می‌توانیم آنها را به وسیلهٔ قواعد ریاضی بـا یکدیگر ترکیب کنیم بی آنکه دربارهٔ اشیاء مربوط به آنها بیندیشیم . فی‌المثل می‌توانیم اعدادی مانند

$68^{(99988887777666555444333222111)}$ رابه‌دست آوریم وحال آنکه مطمئن هستیم که این‌قدر سیب یا پول یاحتی الکترون در سراسر عالم وجود ندارد . این نـکته بسیار مهم است که وقتی کـه قدرت مجرد ساختن اعـداد در مـا پیداشد، می توانیم فکر خود را به خارج ازحدود تجربه وسعت دهیم. در مطالعهٔ ریاضیات داشتن چنین قدرتی لازم‌است ، چه‌موضوعات ریاضی شامل مجموعه‌هایی است که اغلب داری تعداد عنصرهای نامحدود می‌باشد . به طورخلاصه بشرمی‌تواند با بینهایت ارتباط پیدا کند زیرا کنجکاو است وکنجکاوی او همه جانبه است .

بشر قبل ازاینکه به موضوع اعداد بسیار بزرك ، خارج ازحد تصور، بپردازد بـه موضوع اعداد کوچکتر از حد تصور علاقمند شده بود . زنون فیلسوف یونانی که در حدود ۴۵۰ سال

پیش از میلاد مسیح زندگی می‌کرد چند معما عرضه نمود که می‌رساند در آن روز، وقتی که بشر دربارهٔ اعداد بسیار کوچك فکر می‌کرد ، با چه مشکلی روبرو می گردید . شاید معروفترین این معما ها داستان یك مسابقهٔ خیالی بین قهرمانی به نام **آخیلس** و یك لاك پشت باشد . زنون می گوید که اگر آخیلس به لاك پشت اجازه دهد که کمی زود تر از او مسابقه دو را شروع نماید ،هرگز به لاك پشت نخواهد رسید، چه وقتی آخیلس به‌جایی می رسد که لاك پشت در ابتدای مسابقه بوده است، لاك پشت مسافت دیگری طی کرده است و باز وقتی آخیلس این مسافت را طی کرد ، لاك پشت کمی پیشتر رفته است . و به‌همین ترتیب استدلال می‌شود که همواره لاك پشت مقداری از آخیلس جلوتر خواهد بود و این امر می‌رساند که آخیلس چابك به لاك پشت کند روهیچگاه نخواهد رسید . البته یونانیهای عهد عتیق می‌دانستند که آخیلس مسابقه را می‌برد وبنابراین نکته‌ای دراین معما وجود دارد که این نتیجه غلط به دست می‌آید .

اکنون آخیلس را به حال خود می گذاریم تا نفس زنان بیست و سه قرن لاك پشت را تعقیب نماید و کمی بعد در همین مقاله بیاری او می‌شتابیم تامسابقه را ببرد .

مسائل مربوط به اعداد بینهایت کوچك که به وسیلهٔ زنون وسایر فلاسفه عنوان می شد به آسانی قابل حل نبود . ریاضیدانان بزرگی مانند **نیوتون** و **لایب‌نیتز** که درحدود سیصد سال قبل قواعدی برای آنالیز بیان نمودند با این مسئله رو به روشدند. یعنی مسئلهٔ اعدادی که ازهرعدد دلخواه کوچکتر و با این حال صفر نباشد. برای اینکه آنالیز قابل عمل باشد ، لازم بود که این اعداد را در بعضی مراحل همچون صفر و در مراحل دیگر مخالف صفر بگیرند . بدین ترتیب آنالیز به صورت ابزاری شگفت‌انگیز درآمد که اکنون در بسیاری از موارد علمی استفاده می‌دهد و ما این استفاده را مدیون این دو دانشمند می باشیم . با این حال اشخاصی بودند که عملیات آنالیز آنان را قانع نمی کرد و می خواستند بدانند که چرا این عملیات درست در می‌آید . اگر چه فعلا برای ما مقدور نیست که کارهای آنها را تجدید کنیم ولی می‌توانیم آنچه را که باعث شدتا آنالیز بر پایه‌ای محکم بنیان شود درك کنیم .

اگر چه ریاضیدانان از ابتداء تشخیص داده بودند که اعداد مجرد هستند ، ولی با این وصف بی اختیار به هندسه و فیزیك تکیه می‌نمودند تا حقیت ریاضیات را دراین دو باحواس خود دریابند . اما وقتی که با مسائلی مواجه شدند که از محسوسات کاری ساخته نبود (مانند عدد مثبت مخالف صفری که از هرعدد دلخواهی کوچکتر باشد ؛ یا فاصله‌ای که از هر فاصلهٔ داده‌شده کوتاهتر است) نمی توانستند اشکال حاصله را رفع نمایند . تمایل شدیدی که باعث بنیان آنالیز گردید ریاضیات را از دنیای محسوسات آزاد ساخت . هرچه دانشمندان ریاضی بیشتر در طریق آنالیز کار می‌کردند بیش از پیش به طبیعت مجرد ریاضیات معتقد می‌گردیدند. اشکالاتی که نیوتون ولایب نیتز را به خود مشغول کرده بود نظیر آنها بود که یونانیان به هنگام کوشش درفهم معمای زنون داشتند . در هر دو مورد سلسله مراحل نامحدودی به نظر می‌آمد که آخرین آنها غیر قابل تصور است . برای اینکه ببینیم این مسئله چگونه حل شد وضع آخیلس کوفته را مد نظر قرار می دهیم و برای سهولت فرض می‌کنیم که لاك پشت ساعتی یك کیلو متر و آخیلس ساعتی ۲ کیلومتر می پیماید ولاك پشت درآغاز مسابقه یك کیلو متر پیش از آخیلس بوده‌است. جدول زیر سلسله مراحل مسابقه را نشان می‌دهد .

زمانی که از آغاز مسابقه می گذرد	۱	$\frac{۳}{۴}$	$\frac{۷}{۸}$	$\frac{۱۵}{۱۶}$	$\frac{۳۱}{۳۲}$	....
مسافتی که لاك پشت جلو تر است	۱	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۸}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۳۲}$ ....

چنانچه جدول فوق نشان می دهد مجموع زمانهایی که برای طی کردن این مراحل لازم است همواره از یك ساعت کمتر است و کاملا صحیح است که لاك‌پشت در هریك از این مراحل جلوتر از آخیلس باشد. اما هرچه ساعت به یك نزدیك می‌شود فاصله این دو به سمت صفر میل می کند وچون ساعت از یك بگذرد آخیلس، ازلاك پشت جلو خواهد افتاد و هیچ تناقضی در اینکه متحرکی تعداد نا محدودی فواصل جزئی را درزمانی محدود به پیماید ایجاد نمی گردد . تنها اشکال کار در آن است که بتوانیم چنین سلسله مراحلی را در مغز مجسم کنیم. درسال ۱۸۲۸ **کوشی** برای ایجاد آنالیز برپایه‌ای محکم و بدون مراجعه به تصاویر و محسوسات قدم بزرگی برداشت . قبل ازسال ۱۸۷۰ ریاضیات از قید متکی بودن به اشکال هندسی رهایی یافت. **وایرشتراس** نشان داد که نه تنها تصاویر برای درك مفاهیم ریاضی غالبا نمی‌توانند مؤثر باشند بلکه اغلب مانع درك این مفاهیم می گردند .

حال به ببینیم چه برسر بینهایت آمد . زنون اشکالاتی را که در مقابل قبول عددی به‌نام بینهایت پیش می‌آید خاطر نشان ساخت . آنان که آنالیز را بنیان گذاشتند مسئله را بدین ترتیب حل کردند که مفهوم بینهایت یعنی عددی بزرگتر ازتمام اعداد. بنابراین بینهایت چیزی می‌شد که به سوی آن می‌توان رفت اما هیچگاه بدان نمی توان رسید.

اگر بینهایت که باعلامت ∞ نشان داده می‌شود بزرگترین عدد باشد وعملا مانند یکی از اعداد معمولی وجود داشته باشد،

تناقضات زیر را می‌توان به دست آورد :

۱ـ چون بینهایت بزرگترین عدد است، می‌توان نوشت:
$\infty + ۱ = \infty$. وچون بینهایت را از طرفین تساوی کم کنیم، داریم : $۱ = ۰$

۲ـ به دلیل فوق داریم $۲\infty = \infty$ و چون طرفین را بر ∞ تقسیم کنیم داریم $۲ = ۱$

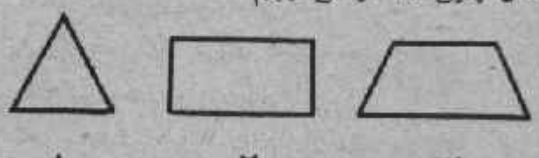
۳ـ و باز به همان دلیل $\infty^۲ = \infty$ و این تساوی را می‌توان به صورتهای زیر نوشت :

$$[۱ - (\infty + ۱) - \infty] = \infty(\infty - ۱) - \infty = \infty^۲ - \infty = ۰$$
$$= \infty \times \infty = \infty^۲$$

بدین ترتیب بینهایت دچار مخاطره شد و به نظر رسید که سرنوشت ، او را از وجود بشر دور می‌سازد . **گوس** که بدون شك یکی از بزرگترین مغزهای متفکر ریاضی است چنین می‌گوید : من در مقابل مقدار بینهایت معترضم و استعمال آن را در ریاضی هرگز مجاز نمی‌دانم .

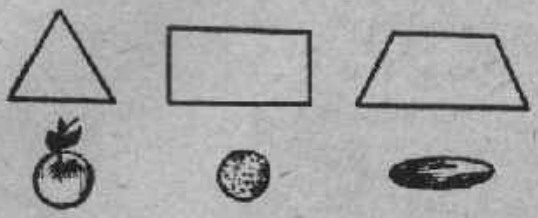
درحدود سال ۱۸۷۰ ریاضیدان آلمانی به نام **جرج کانتور** دربارهٔ مسئله‌ای مربوط به آنالیز تحقیق می‌نمود . نتیجهٔ اساسی که او گرفت این بود که ممکن است قضیه‌ای دربارهٔ بعضی از مجموعه‌های بینهایت صحیح باشد ، ولی دربارهٔ تمام مجموعه‌های بینهایت صدق ننماید . این بیان دنیای ریاضیات را سخت تکان داد، زیرا نشان می‌داد که بینهایتهای مختلف وجود دارد . ازاین رو چنین اندیشیدند که باوجود بینهایتهای متفاوت، چرا همچنانکه حسابی برای اعداد محدود وجود دارد یك حساب نیز برای بینهایت به وجود نیاوریم .

دربارهٔ اشکالاتی که از ضمیمه کردن بینهایت در حساب پیش می‌آید چه باید کرد ؟ در جواب این سؤال بود که نبوغ کانتور آشکارشد . وی گفت باید مفاهیم بی‌نهایت را از مفاهیم اعداد جدا کرد، یا باید حساب دیگری برای بینهایت بنیان گذاشت. این نابغهٔ ریاضیات تشخیص داد که حساب اعداد طبیعی به شمارش آنها بستگی دارد ، مثلا برای مقایسهٔ دو مجموعه آنها را می شماریم . درواقع اگر دو مجموعهٔ A و B داشته باشیم، اگر در شمارش A اعداد طبیعی بیشتراز B به کار رود، می‌گوییم که A دارای شیئی بیشتری است : اما اگر در شمارش مجموعهٔ A و B یك اندازه اعداد طبیعی به کاررود، خواهیم گفت شمارهٔ اشیاء A باشمارهٔ اشیاء B مساوی است . برای روشن شدن آنچه می‌خواهیم بیان کنیم ، قبلا مجموعه‌ای شامل چند شکل چنین در نظر می‌گیریم :



۱ ۲ ۳

در این مجموعهٔ ، در مقابل هر شکل مجموعه، یك عدد ودر مقابل هر عدد ، یك شکل مجموعه قرار دارد . گرچه این مطالب بدیهی به نظر می‌رسد ، اما باید در نظر داشت که بسیاری از مطالب واضح نتایج بسیار بعید دارند . اکنون دو مجموعهٔ A و B چنین اختیار می‌کنیم :



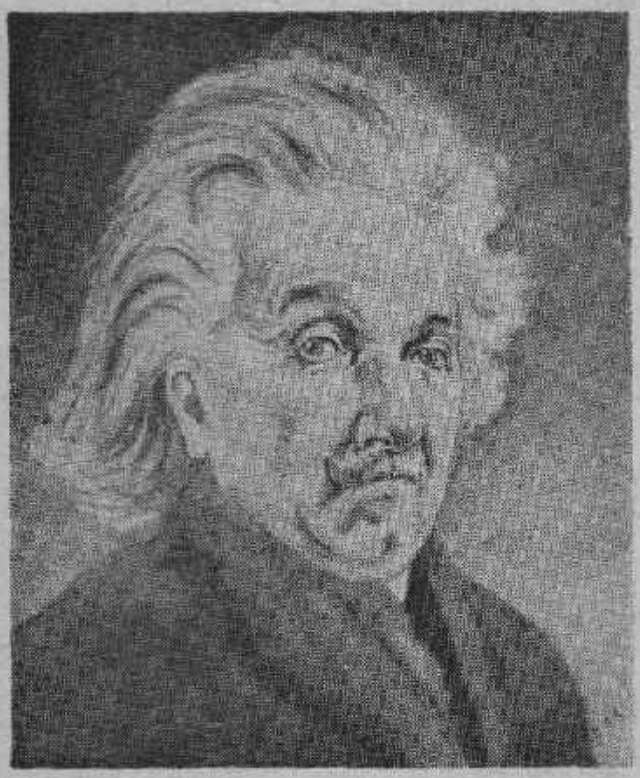
مجموعهٔ A

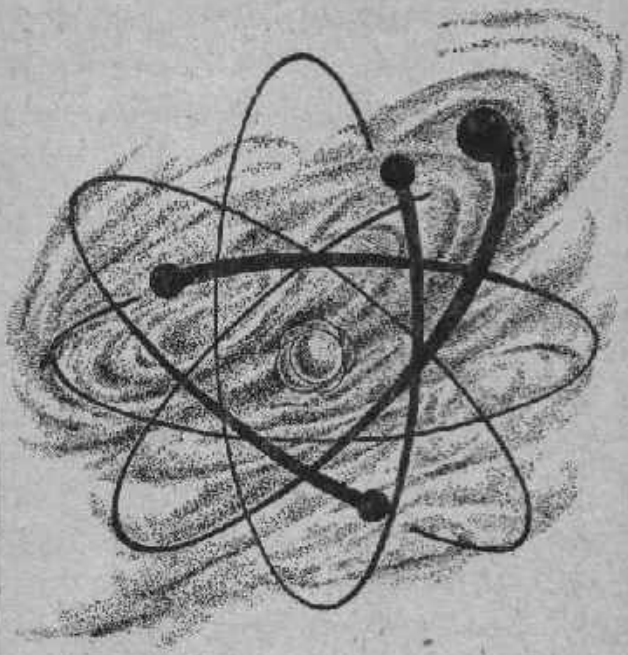
مجموعهٔ B

اگر بخواهیم که این دو مجموعه را با یکدیگر مقایسه کنیم و حدفهان ازاین مقایسه این باشد که بدانیم آیا این دو مجموعه دارای عدهٔ مساوی ازاشیاء می‌باشند یا اگر این طور نیست عدهٔ اشیاء کدام مجموعه بیشتر است ، ممکن است که اشیاء دو مجموعه را بشماریم . اما در این صورت اطلاعی بیشتر از آنچه منظور ماست به دست آورده‌ایم؛ یعنی علاوه براینکه اطلاع پیدا کرده‌ایم که کدامیك از مجموعه ها دارای اشیاء بیشتری است ، شمارهٔ اشیاء هر یك از مجموعه‌ها را نیز دانسته‌ایم . ولی منظور اساسی ما که مقایسهٔ شمارهٔ اعداد دو مجموعه بود ، از طریق دیگر نیز حاصل می‌شود وآن چنین است که بگوییم در مقابل مثلث از مجموعهٔ A ، سیب از مجموعهٔ B و در مقابل مستطیل از مجموعهٔ A پرتقال از مجموعهٔ B و در مقابل دوزنقه از مجموعهٔ A ، خیار از مجموعهٔ B قرار دارد . چون در مقابل هر شیئی از مجموعهٔ A یك شیئی از مجموعهٔ B قرار دارد و برعکس ، شمارهٔ اشیاء مجموعهٔ A و B باهم برابراست . چنین روشی را روش **مقابلهٔ یك به یك** می‌نامند .

کانتور ملاحظه کرد که اشکال عمدهٔ سایرین در مقابل مجموعه‌های بینهایت آن است که روش اول یعنی روش شمارش را به‌کار می‌برند، درصورتی که اگر روش دوم در مورد مقایسهٔ مجموعه‌های بینهایت به‌کار برده‌شود ، اشکال کار کمتر می‌گردد. بدین ترتیب بود که کانتور علم حساب جدیدی برای اعداد بینهایت وضع کرد که صرفاً تابع مقایسه بود . وی گفت که **دو مجموعهٔ بینهایت دارای یك اندازه شیئی می‌باشند ؛ اگر هر شیئی از مجموعهٔ اول در مقابل یك شیئی از مجموعهٔ دوم قرارگیرد و برعکس .** اما اگر در دو مجموعهٔ بینهایت ، چنین مقابله‌ای عملی نباشد ، مجموعه‌ای که پاره‌ای ازاشیاء آن بدون رقیب مانده است، بیشتراست . بدین ترتیب برای مجموعه‌های بینهایت نتایج شگفت انگیزی به‌دست

(دنباله در صفحهٔ ۶۱)





اینشتاین

ترجمهٔ احمد بیرشك

از کتاب سیمای دانشمندان بزرگ

اینشتاین خودمانی

اندکی پس از آنکه فرضیهٔ پرسروصدای «کوانتومها» ازطرف ماکس پلانك بیان شد، یك کارمند متواضع ادارهٔ ثبت گواهی نامه‌ها در برن، که آلبرت اینشتاین نام داشت، به سال ۱۲۸۳ (= ۱۹۰۵م)، در سن ۲۶ سالگی، درمجلهٔ «آنالن درفیزیك[1]» سه مقاله منتشر کرد که دریکی از آنها بنیان فرضیه‌ای بیان شده بود که بزودی موجب تجدیدنظر درهمهٔ مفاهیم فیزیکی شد و بر روی همهٔ شاخه‌های علم و فن نوین اثر گذاشت. از آن زمان شهرت اینشتاین پیوسته روبه افزایش رفت و نام باافتخار او چنان درخشید که در نظر همگان گالیله و نیوتن ولاووازیه و پاستور هم به پای او نمی‌رسیدند و وی مانند نمونهٔ کامل «دانشمند» تجلی کرد. به سال ۱۲۸۵ ماکس پلانك نوشته بود که اگر نظریهٔ اینشتاین، همچنان که انتظار می‌رود، تأیید گردد، وی کپرنیك قرن بیستم شناخته خواهد شد. این مرد غیرعادی، این نیم‌خدا، در نظر خویشان و کسانش چگونه جلوه می‌کرد؟ اینك دیمیتری مارپانف، شوهر مارگت نادختری اینشتاین که ازشوهر اول بانو السا اینشتاین به‌وجود آمده بود، جواب این پرسش را می‌دهد.

1) Annalen der phyisk

بسیار از من پرسیده‌اند اینشتاین چه اثر جالبی می‌بخشد؟» جالبترین تأثیر او این است که در طول سالیان درازی که من با وی زیستم به‌هیچ روی تغییر نکرد. هرگز خود را با مقتضیات زمان و محیط سازگار نساخت. زندگی کردن نزد او برای من به‌منزلهٔ زندگی کردن پهلوی نیرویی بود که نه از میان می‌رفت و نه کم می‌شد. نیرویی که، از عجایب اتفاق، مبین نام وی بود: «آین‌شتاین» یعنی یک‌سنگ...

واز این روی است که خواه‌وی در ساحل **لوکوک** در مصاحبت مرحوم **آلبرت اول** پادشاه بلژیک، که دوستش می‌داشت، قدم می‌زد، خواه با امپراطور ژاپن سخن می‌گفت و خواه به سخنان دهقان پرینستونی، که باوی درباره تخم گذاشتن مرغانش حرف می‌زد، گوش فرامی‌داد... همیشه همان بود که بود و هیچگاه نه رفتار خود را عوض می‌کرد و نه صدق و صفای خود را.

اصول انعطاف ناپذیر

اینشتاین از همان آغاز زندگانی ثبات روح بزرگی نشان داده بود و رفتاری در سراسر عمر یکنواخت و تغییر ناپذیرفته بود. وی مانند ۱ درجدول ریاضیات قاطع ولاتغییر است:

هرگز در طی سالها وی‌را ندیدم که حتی در کوچکترین پیشامدهای زندگی روزانه، یک مو از اصول انعطاف ناپذیری که برای خودداشت منحرف شود. آهنگ صدایش همیشه یکی بود، حتی در حوادث پیچیده‌ای که بسا مردمان را متأثر می‌سازند. به‌پیرانه سر سیاق رفتار واندیشهٔ او همان است که در هفده‌سالگی بیست سالگی یا سی و پنج سالگی می‌گفت و می‌اندیشید. وقتی که آوازه‌اش در جهان پیچید، ممکن بود همهٔ ثروت جهان به‌او روی آورد؛ اما وی همه را رد کرد. وی ارزش پول را نمی‌داند و هیچگاه آنچه جزء تمول ثروتمندان است از آن او نبوده‌است. ده‌ها اتومبیل از معروفترین کارخانه‌های جهان به او تقدیم گردید، اما هیچگاه حتی یکی از آنها را مالک نشد. چندین خانه برای اهداء به وی پیشنهاد شد، اما او خانه‌ای خرید که قیمش را از پولی که به دست می‌آورد داد.

اتومبیل، خانه، دارایی هیچیک برای او معنی ندارد. از خانه فقط پناهگاهی را می‌خواهد و از خوردنی به اندازه‌ای که برای زیستن لازم است. برای رفت و آمد از اتوبوس یا واگن درجهٔ سوم راه‌آهن استفاده می‌کند. هیچگاه درپی تجملی که همسنان شهرت است نیست. هیچ کس ممکن نبود اینشتاین را از راه به‌در ببرد. فقط بی‌عدالتی، ظلم و ناروایی‌های دیگر اورا بی‌طاقت می‌کرد. وقتی که ۴۵۰۰۰ دلار جایزه نوبل به او رسید نیمی از آن را به‌زن اولش و نیمی دیگر را به‌یک مؤسسهٔ خیریه داد.

اوزان و مقادیری که شایسته اینشتاین است از حدود درک مردم عادی بیرون است، از این روی است که وقتی من می‌خواهم از او سخن بگویم کلمات مناسب نمی‌یابم.

***

احتراز از دروغ حتی مصلحت آمیز

برای اینشتاین راستی یک عامل اساسی زندگی است. وقتی به اوراست نگویند به‌راستی رنج می‌برد؛ گویی کسی با کفشهای آلوده به گل حریم قدس راستی را زیر پا گذاشته است. برای اینشتاین چه در کیهان بی‌پایان و چه در جهان مادی راستی تغییر ناپذیر است. وقتی که به‌آمریکا رسیدیم و با اینشتاین در پرینستون بودیم فکری را که به‌نظارم رسیده بود با او درمیان گذاشتم. موضوع این بود که برای طبقهٔ جوان سرگشته و مردد بعد از جنگ مزارعی ایجاد گردد که دسته جمعی به استفاده کردن از آن بپردازند. سدها جوان را دیده بودم که توان خود را در راه پزشک یا وکیل دعاوی یا مهندس شدن به‌هدر می‌دادند، حال آنکه کوچکترین استعدادی برای احراز آن مقام علمی در وجود آنان نبوده و بیهوده زندگی خود را تباه می‌کردند. نقشهٔ من این بود که زمینهای وسیعی را، نه به‌وسیلهٔ طبقه دهقان، بلکه به‌وسیلهٔ روشنفکران، به‌صورت تعاونی زیر کشت بگذارم و در آنان یک فعالیت سازنده به‌وجود بیاورم تا به‌جای آنکه پزشک یا وکیل بشوند کشاورز خوب به‌بار آیند.

طرح من به‌نظر اینشتاین متهورانه آمد و از آن با **هنری مورگنتاو**[1] سخن گفت. آقای مورگنتاو نیز به‌این طرح علاقمند شد و جلسهٔ مذاکره‌ای با حضور **هنری والاس**[2] و **ریموند مولی**[3] و اینشتاین و من در مهمانخانه پلازای نیویورک ترتیب داد تا در آن باره صحبت کنیم. در این موقع از اینشتاین **والدا دمارگت** و من دعوت شد که به‌خانهٔ **ایروینگ لهمان**[4]، قاضی دادگستری و برادر فرماندار نیویورک، برویم. مارگت قبول کرده بود که با ما بیاید، اما وقت حرکت کسروبی براو غلبه کرد و وی در خانه ماند. وقتی آقای مورگنتا و مار را دید با مهربانی گفت: «ماریانوف، خیال میکردم خانم‌شما هم خواهند آمد».

گفتم: «درش خیلی درد می‌کرد و معذرت خواست».

اینشتاین به‌میان صحبت ما دوید و گفت: «نه، نه، هیچ همچو

۱) Henry Morgenthav
۲) Henry Wallace
۳) Raymond Moley
۴) Irving Lehman

چیزی نیست ، ماریانوف مانند سیاستمداران سخن می گوید ، حقیقت آنکه دخترم چیزیش نیست اما از بس کمرو است بـا ما نیامد.»

بمن نگاهی کرد وسررا تکان داد. لبخندی را که در مقابل یك دروغ مصلحت‌آمیز مرسوم‌است برلب نداشت. راستی دلخور شده‌بود . این پیشآمد برایمن درسی‌بود .

***

خوراك سوگلی او

وقتی‌که من‌بامارگت عروسی کردم اینشتاین رئیس‌مؤسسه «قیصر ویلهلم» بود . این مقام را مخصوصاً برای او بـه وجود آورده بودند و کمایش افتخاری بود. استادی آکـادمی علوم پروس، درسال ۵۰۰۰ دلار عـاید اینشتاین می‌کرد . دانشمند عالیقدر مقالات متعدد برای نشریات علمی می‌نوشت اماهیچگاه پولی درمقابل‌آنها نمی‌گرفت. زندگی او خیلی محقر وسرفه جویانه بود.سادگی‌راهب‌آسای زندگی‌او توجه مراجلب‌کرد. او نه درصدد داشتن پوشش متجمل بود ونه درپی‌خورش رنگـا رنگ. السا نقل‌می کردکه وقتی پرفسور **میلیکان** از اینشتاین دعوت‌کردکه از انستیتو تکنولوژیك کالیفرنیا دیدن‌کند یکی از ارادتمندان او که شنیده بود اینشتاین گوشت‌گوسفند زیاد دوستمی‌دارد در **پاسادنا**[1] یك شقه گوسفند برای او فرستاد . اینشتاین نه‌تنها از اسرافی‌که دراین هدیه شده‌بود خشمگین شد بلکه متعجب گردیدکه چطورکسی به‌فکر اواست.

یکروز السا ازاو پرسیدکه برای جشن سالگرد تولدش چه‌هدیه‌ای دوست دارد .

جواب‌داد «سوسیس‌خوك»

سوسیس خوك، خوراك سوگلی اوبود.

اینشتاین معمولا لباسهایش را بیشتر ازده‌سال می‌پوشید. وقتی‌کـه نخستین سخنرانی را در دانشگاه پاریس کرد لباسی پوشیده بودکه (به طوری که یکی از دوستانم حکایت می‌کرد) مثل‌آن‌بودکه ازمیان اثاث زیادی و متروك بیرون کشیده شده باشد . آلبرت در تمام مدت عمرش هیچگاه یك‌پیراهن یا یك جفت‌جوراب ابریشمی نداشته است.

وقتی‌که در خانه ییلاقی **کاپوث**[2] ، در بیشتر از بیست کیلومتری‌برلن،زندگی می‌کردیم،اینشتاین همیشه‌بااتوبوسهای ده‌فنیکی به‌محل کارخود می‌رفت، و اگر گاهی مجبورمی‌شد با راه‌آهن‌برود، بادرجهٔ سوم مسافرت می‌کرد. وقتی می‌خواست ازراه کانال پاناما از اروپا به‌کالیفرنیا سفرکند، با یك کشتی باری‌که سی‌روز درراه بود سفرکرد.

این داستان‌کوچك‌نشان می‌دهدکه چقدرکم‌به‌پول‌احتیاج داشت.روزی السا دودلار درجیب اوگذاشت‌که درموقع‌احتیاج ازآن استفاده‌کند . دوسال بعد السا همان دو دلار را در همان جیب‌یافت .

***

در برابر نقاش

خیلی‌ها داستانی راکه نقاش معروف انگلیسی سرویلیام **روتن‌شتاین**[3] مکرر نقل‌کرده است می‌دانند. وی‌به‌برلن رفته بود تاتصویر اینشتاین را بسازد. قراربود این‌کار در اطاق‌کار دانشمند صورت پذیرد. ترتیبی داده شده بود که نقاش بتواند بدون انقطاع کارکند . وقتی‌کـه سر ویلیام مشغول نقاشی بود اینشتاین دائماً بهزبان‌آلمانی با مردی‌که‌در گوشهٔ اطاق نشسته و چشمانش را درپشت عینکی بزرگ‌مخفی‌کرده بود، به‌قول سرویلیام مثل لاك‌پشت پیربود، حرف‌می‌زد.

اینشتاین با چهره‌ای درخشان از خوشحالی در دفترکار خود می‌رفت ومی‌آمد . گاهی مردی که درآن گوشه‌نشسته بود سرتکان می‌داد. آنگاه‌اینشتاین روبروی او می‌ایستادوبانگرانی به‌اونگاه می‌کرد.آن مردبازهم سرمی‌جنبانید . این‌کار گاه‌به گاه تکرار می‌شد بی‌آنکه ازکسی کـه در آن گوشه نشسته بود صدایی درآید. سرانجام وقتی‌که روتن شتاین می‌خواست‌برود، اینشتاین‌اورا تادربدرقه‌کردونگاهی‌به‌عقب ، به‌پیرمرد، انداخت وگفت :

«اوگاهی حسابهایی‌راکه به‌اومی‌دهم‌انجام می‌دهد وصحت آنهارا تحقیق می‌کند» .

آکادمی «قیصر ویلهلم» اساساً به پژوهش می‌پرداخت نه مسائل‌خاص . از این روی اینشتاین ملزم نبود که در اوقات ثابتی درآن حضور داشته‌باشد. روز او درحدود نه صبح شروع می‌شد. وی‌با پیراهن خواب سفید بلندی که آلمانها می‌پوشند؛ وگاهی باشلوار پیژامه وپای بی‌جوراب در سرپاییهای کهنه ، از در تالار وارد می‌شد . یکی دوبار وقتی که می‌خواست بـا پیژامه و سرپایی به آکادمی برود جلوش راگرفتم. یادش‌رفته بودلباس بپوشد . گاهی پیش ازرفتن به‌آکادمی ریش می‌تراشید و گاهی پس از بازگشت . هیچگاه فرچه و خمیرریش‌تراشی بکار نمی‌برد وبه‌صابون معمولی اکتفا می‌کرد وکف صابون را بادست‌روی صورتش می‌گسترد.

***

پیانو و ویولن

به محردآنکه وارد تالار می‌شد به‌سراغ پیانو می‌رفت ،

---

۱) Pasadena ۲) Caputh ۳) Sir William Rothenstein

فصلی از تاریخ علوم ریاضی

تألیف از: موریس دوکانی
ترجمه از: باقر امامی

مکتب دوم اسکندریه

منلائوس و بطلمیوس

به گفتهٔ **هوئه‌فر** (Hoefer) شروع مکتب دوم اسکندریه را می‌توان با سقوط سلسلهٔ **لاژیدها** (Lagides) پس از یک دوران سیصد ساله و تبدیل امپراطوری مصر به یک ایالت سادهٔ رومی که همزمان با زوال بت‌پرستی و بعثت مسیح بود مقارن دانست.

در رأس این دورهٔ نوین **منلائوس** و **بطلمیوس** ظاهر گردیده‌اند که اولی درحدود سالهای ۱۰۰ بعد از میلاد و دومی از سال ۱۲۸ تا ۱۶۸ بعد از میلاد می‌زیسته است.

هردونفر دارای تشفیات جالبی می‌باشند. برای اولی قضیه موربات را در مثلثهای مستوی و کروی و برای دومی قضیهٔ حاصل ضرب اقطار چهارضلعی محاط در یک دایره را باید خاطر نشان کرد. علاوه براین هردونفر با محاسبهٔ طول وتر های یک دایره مسهم بسزایی در طرح اولیهٔ مثلثات مستقیم‌الخط و کروی داشته‌اند.

کتاب منلائوس در این باره که از شش جلد تشکیل می‌یافته به دست ما نرسیده و به وجود این کتاب از نقلهایی که سایر مؤلفان کرده‌اند پی برده شده است. ترجمهٔ لاتینی کتاب «**دربارهٔ کرویات**» او که آن هم از عربی ترجمه شده است، در دست است. دراین کتاب شالودهٔ حقیقی مثلثات کروی ریخته شده است.

واما بطلمیوس بیشتر در دانش نجوم کوشیده است و به‌خاطر این علم هم به تهیهٔ جدولی از وترهای دایره اقدام کرده است.

کتاب **المجستی** (Almageste) او خلاصه‌ای از تمام دانش روزگاری می‌باشد. این کتاب، بطلمیوس را چون یک دانشمند هندسه‌دان متبحر معرفی می‌کند. دراین کتاب او تغییرات استادانهٔ زیادی در نظریهٔ معروف ابرخس (Hipparque) دایر برحرکت ظاهری سیارات به‌منظور تطبیق این امر با مشاهدات داده است.

پاپوس

دونام بسیار معروف در دورهٔ دوم اسکندریه عبارتند از **پاپوس**(Papus) و **دیوفانت**(Diophante). پاپوس در نیمهٔ دوم قرن سوم در اسکندریه متولد گردید. در دوران حکومت **دیوکلتین** (Diocletien) (۲۸۴–۳۰۵) در آن جا می‌زیست. درسال ۳۲۰ یک مقارنهٔ نجومی را رصد کرد. شگرفترین و نادرترین کشفیاتی که پاپوس در آن سهمی داشته باشد کم نیست، ولی کتاب اصلی او «**مجموعهٔ ریاضی**» (Collection mathematique) است که هنوز همدارای اهمیت بسزائی است.

تفسیرها و توضیحات زیادی که در این کتاب دربارهٔ کارهای ریاضیدانان قدیم آمده است، وحتی بعضی از آثار امنحصراً ازاین راه شناخته‌ایم، مارا در جریان آنچه دانش ریاضی مدیون گذشتگان است می‌گذارد. راهنمائیهای ذیقیمت این کتاب به‌ویژه **شال** (Chasles) را به اجرای احیای پوریسم (Porisme) اقلیدس رهنمون گشت.

به‌علاوه یک مطالعه ومقایسه‌ای دقیق میان آنچه از متون گذشته به دست ما رسیده است و با تحلیلی که پاپوس از آنها کرده است به‌این نتیجه می‌رسیم که کتاب او از مطمئن‌ترین منابع است و با اطمینان خاطر می‌توانیم اطلاعات اورا راجع به کتابهای ازبین رفته قبول کنیم. این مجموعهٔ ریاضی شامل هشت جلد بوده است. جلد اول آن که مسلما دربارهٔ حساب بوده ازبین رفته است. چهارجلد بعدی دربارهٔ هندسه، تا مقاطع مخروطی می‌باشد. جلد ششم مربوط به نجوم است و شامل قضیه‌هایی راجع به مثلثات و نورمی‌باشد. جلد هفتم که نسبتاً ناموزون است مربوط به آنالیز ومقاطع مخروطی و منشور و مرحلهٔ آخر دربارهٔ مکانیک است. این مجموعه در حقیقت گنجینه‌ای است از اطلاعات که ازنظر مقدار، رقابت ناپذیر

است. اما درباره کشفیاتی که در این کتاب درج شده است، ازچند عنوان ذکری بمیان می‌آوریم و آنها را عبارتند از:

روشهای تجزیه و ترکیب و تکنیک این دو روش از یکدیگر برای بار اول و حل مسائل جالب متعدد برای روشن کردن چگونگی کاربرد هر کدام ــ قضیهٔ مربوط بحجم تولید شده از یك مساحت مستوی محدود در دوران حول یك محور از صفحهٔ خود که امروزه بنام گلدن (Guldin)، که دانشمند متأخرتری است، معروف می‌باشد ــ کلیت دادن بمسئلهٔ مکان سه خط یا بیشتر (به طوری که دیدیم) که ابتدا بوسیلهٔ آپولونیوس عنوان شده بود ــ نظریاتی در مسئلهٔ ماکزیمم و مینیمم که ریشه های روش فرما (Fermat) در آن بچشم می‌خورد ــ نظریهٔ این و پیرامترها (همسطح) در مورد خانه‌های کندوی زنبور عسل ــ مسائل تماس دایره‌ها، مخصوصاً دایره های متماس و محاط در ترانتهٔ ارشمیدس ــ مسئله رسم مثلثی محاط در یك دایره که اضلاعش از نقاط مفروض واقع بر یك استقامت بگذرند ــ طرح و حل مسئله پیدا کردن اثر رقومی صفحهٔ گذرنده بر سه نقطهٔ مفروض و مسئله حل رقومی فصل مشترك یك خط با یك کره. می‌توان گفت که با طرح مسئله اخیر نظمهٔ هندسهٔ ترسیمی نیز در این مجموعه بسته شده است.

مجموعهٔ ریاضی، قرنهای متمادی مرجع مطمئن و دقیق دانشمندان ریاضی بوده است.

دانش اعداد

کارهای دیوفانت بطور اساسی مربوط بدانش اعداد است و بدین جهت ابتدا یك نظر اجمالی روی کارهایی که در این زمینه بوسیلهٔ گذشتگان انجام پذیرفته است می‌اندازیم. البته این کارها در مقایسه با حجم کارهایی که برای هندسه و مکانیك انجام یافته است اندك می‌باشد.

با این وصف دانش اعداد نظر ریاضیدانان یونانی را از دو جنبه جلب کرده است که امروزه آنها را با کلمات علم حساب و نظریهٔ اعداد بیان می‌کنیم که یکی طرز اجرای محاسبات و دیگری خواص ویژهٔ اعداد را بیان می‌دارد. در نظر یونانیان طبق تشخیصی که افلاطون داده بود اولی آنچه را که در آن روزگار Logistique نامیده می‌شد تشکیل می‌داد و دومی تقریباً آنچه را که امروز حساب می‌نامیم، چون فلاسفه کلمهٔ لژیستیك را به یك شکل منطق، که از جبر، مندوسمبولیسم آن را اقتباس می‌کند اطلاق کرده‌اند، امروزه کلمهٔ لژیستیك مفهومی غیر از آنچه که یونانیان در نظر داشتند دارد.

متأسفانه مفهوم قدیمی جامعتر بوده است و با این کلمه یونانیان می‌توانستند که مجموع تمام روشهای گوناگونی را که امروزه برای انجام محاسبه لازم است و به کار می‌رود تعریف نمایند. ما در خاتمه راجع به مفهوم کلیتر این کلمه بحث خواهیم کرد.

در قسمتهای قبل به طور کلی در زمینهٔ هندسه بحث شد و در زمینهٔ دانش اعداد فقط در شرح حال فیثاغورث و اقلیدس و ارشمیدس ذکری بمیان آمد. دستگاه شمار ارشمیدس، که به منزلهٔ استادانه‌ترین دستگاه شمار بعد ها مورد استفاده یونانیان قرار گرفت، ممکن است که قسمتی از لژیستیك بشمار آید.

در قلمرو حساب مخصوصاً اقلیدس است که راهها را هموار کرده است. این ریاضیدان عالیقدر در این قسمت از کارهایش بطور سیستماتیك از نمایش هندسی اعداد استفاده می‌کند و از این رو آنها را ضمیمهٔ کتاب تحریرات خویش کرده است

برای خاطر نشان کردن اهمیت کشفهای او کافی است که یادآور شویم که برای نخستین بار او بود که بی‌پایان بودن سلسلهٔ اعداد اول را اثبات کرده است.

حال نگاهی به کارهای با خلاف این اعداد مسلم در تحصیل اعداد بیفکنیم.

لژیستیك

نوشته‌های مربوط به لژیستیك عملا بسیار ناچیز است و به گفتهٔ پل تانری (Paul Tannery) محدود است به قواعد این هنر که آنهم از نظر استدلال آموخته نمی‌شده است بلکه به قول M.Jaudin به طور تجربی، روی محاسبات یا مسائل عددی یاد داده می‌شده است. این قواعد شامل آنچه امروز حساب را تشکیل می‌دهد، حتی تا استخراج جذر می‌شده است.

چند قاعده‌ای را که امروز در اختیار داریم آنهائی هستند که از جلد دوم مجموعهٔ ریاضی پاپوس یا از نوشته‌های مؤلفان بعدی مانند ماکزیم پلانود (Maxime Planude)، ژان پدیاسیموس (Jean Pediasimus) و نیکلا دوسیمرن (Nicola de Smyrne) معروف به رابادوس (Rabados) اهل بیزانس و متعلق به قرن چهاردهم اقتباس شده است.

ضمناً متذکر می‌شویم که قواعدی که قدما برای انجام محاسبات به کار می‌برده‌اند بسیار متنوع بوده است. یکی از این قواعد که ظاهراً از مصریها اقتباس شده است و شامل دو برابر کردن و نصف کردن برای انجام عمل ضرب دو عدد در هم است با زبان جبری امروز به طریق زیر اثبات می‌شود.

فرض کنیم که منظور محاسبهٔ ab باشد. اگر a_{n+1} خارج قسمت و R_{n+1} باقیماندهٔ (۰ یا ۱) تقسیم a_n بر ۲ باشد، و در یك ستون ابتدا اعداد $a, a_1, a_2, \ldots$ را از بالا به پایین بنویسیم و بعد بهاوی هریك از آنها روی ستون دوم به ترتیب اعداد $b, 2b, 4b, \ldots, 2^n b$ را قرار دهیم، در ستون دوم تمام اعداد همسطر ضرائب a_i زوج را خط بزنیم، مجموع اعدادی که در ستون دوم می‌مانند مساوی حاصل ضرب ab است. زیرا

$$a = 2a_1 + R_1$$
$$2a_1 = 4a_2 + 2R_2$$
$$\cdots\cdots$$
$$2^{n-1} a_{n-1} = 2^n + 2^{n-1} R_{n-1}$$
$$2^n = 2^n$$

بنابراین اگر هر مساوی را در b ضرب کرده و جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$ab = R_1 b + R_2 \times 2b + \cdots + R_{n-1} \times 2^{n-1} b + 2^n b$$

و چون R_i های نظیر هرشریپ a_i — ۱ زوج برابر صفر و بقیه برابر واحدهستند، قاعدهٔ فوق صحیح است. مثلا برای ضرب ۱۷ × ۱۹ می‌نویسیم :

۱۷	۱۹
۳٤ *	۹
٦۸	٤
۱۳٦	۲
۲۷۲ *	۱

بنابه‌قاعدهٔ قبل داریم :

$$۱۹ \times ۱۷ - ۱۷ + ۳٤ + ۲۷۲ = ۳۲۳$$

حساب ــ کارهای مربوط به حساب یعنی آنچه امروز نظریهٔ اعداد نامیده می‌شود و به‌وسیلهٔ یونانیها انجام پذیرفته است نسبتاً زیاد است. قدیمیترین کتاب در این مورد متعلق به **نیماریداس** (Thymaridas) است که قبلا نامی از او برده‌ایم.

در جریان تحقیقات اولیهٔ حساب قدیمیها مرتباً اندیشه‌های تازهٔ مربوط به اعدادی را که دارای خاصیتهای مخصوص بوده‌اند مانند مربعات، مکعبات، اعداد مثلثی، اعداد کامل (مساوی مجموع مقسوم علیه‌های خودش)، آلیکوتر ها (Aliquotaires) (که فقط با کسری از این مجموع برابر می‌باشد) و آمیابل (Amiable) (دوعدد که هر کدام مساوی مجموع مقسوم‌علیه‌های دیگری باشد، مانند ۲۳۰ و ۲۸٤ وغیره...) را در حساب وارد نموده‌اند.

یونانیها دربارهٔ همهٔ این اعداد بنا خصوصیات متنوع، مسائل متعددی را حل کرده‌اند که بعضی از آنها بسیار مشکل می‌باشد ومقداری از آنها را امروزه در ضمن تقریبات ریاضی طبقه‌بندی کرده‌ایم.

قدیمیترین مؤلف در این زمینه **اراتستن** (Eratosthène) (۲۸٦ ق م تا ۱۹۵ ق م) است که درحقیقت یک ستاره شناس بود ولی بیشتر با جدولی که برای تعیین اعداد اول کمتر از یک حد معین درست کرده و به‌غربال اراتستن موسوم است شناخته شده است.

در زمانهای نزدیکتر **نیکوماك** (Nicomaque) (متولد سال ۵۰) کتاب **«مقدمهٔ حساب»** را تألیف نموده است.

این کتاب سرشار از تعلیمات مفید بود و مؤلف خود را نه فقط در **موطن** اصلیش بلکه به‌خاطر ترجمه‌ای که **بوئس** Boèce از آن به عمل آورده بود، در اروپای قرون وسطی به‌اوج شهرت رسانید. ولی درحقیقت مطالب تازه در این کتاب بسیار کم بود و آن هم مطالبی بود که مؤلف در حالتهای مخصوصی به تحقیق عددی آنها پرداخته بود و از استدلال مستحکم اقلیدس در آنها اثری نبود.

تألیف کتاب :

(Exposition des Connaissance mathematique par la lecture de Platau

را مدیون **تئون دوسیمرن** (Thèon de Smyrne) هستیم. وی همچنین دربارهٔ اعدادی به تحقیق پرداخته است که خودش آنها را **جانبی** (Lateraux) یا **قطری** (Diamétraux) نامگذاری کرده و با علامتهای ad نمایش داده است. محاسبهٔ این اعداد با روش بازگشتی (Recurrence) با شروع از $l_1 = d_1 = ۱$ به‌کمك فرمولهای

$$d_n = d_{n-۱} + l_{n-۱}$$

$$l_n = d_n + d_{n-۱}$$

به‌عمل آمده است.

این اعداد در حقیقت جزصورت و مخرجهای تبدیل $\sqrt{۲}$ به کسرهای زنجیری چیز دیگری نیست. **ژامبلیك** (Jamblique) (درحدود ۲۸۳ تا ۳۳۳) نیز که یك نو افلاطونی بود افکار عرفانی خود را با مطالعات علمی مخلوط می‌کرد. این مطلب ازعنوان کتاب او موسوم به **«نظریه‌های فلسفی حساب»** (Theories philosophico Arithmètique) که یکی ازده‌جلد تألیفات او است مستفاد می‌گردد. کتاب **«مجموعهٔ اصول فیثاغورثی»** (Collection des doctrines pythagorique) مخلوط بسیار ناموزونی است که از فلسفه شروع و با عبور از علم اخلاق، فیزیك، حساب و هندسه به‌موسیقی ختم می‌شود.

بهترین قسمت آن مقدمهٔ ریاضیات است که شبیه کتاب نیکوماك است. و مؤلف در آنجا به‌تحقیقات سادهٔ عددی و اثباتهای حالات خاص قانع شده است. دانشمندان علم حسابی را که تاحال نام بردیم اعداد را فقط از نظر عدد بودن در نظر می‌گرفتند و به‌نمایش هندسی آنها، که توسط اقلیدس آن قدر استادانه طرح ریزی شده بود، نمی‌پرداختند.

از این میان فقط **دومی نوس** (Domminos) به ادامهٔ روش استاد پرداخت که تاآن زمان تنها کسی بود که به جنبه‌های منطقی قضایا توجه کرده بود و بالاخره **دیوفانت** توانست که این استدلالها را وارد قلمرو حساب محض بکند.

دیوفانت

ــ دیوفانت، ملقب به‌سلطان حسابدانان یونان (۳۲۵ تا ٤۰۹) را پایه‌گذار علم جبر به‌شمار آورده‌اند. واگر این مطلب جای بحث داشته باشد، حداقل یکی از پیشگامان این علم می‌باشد. **نظر ادوارد لوکا** (Edward Lucas) نسبت به کتاب اصلی او **«حساب»** این است که این کتاب شامل مقدار زیادی مسائل است که مشکل بودن و ظرافت دقت حل آنها نبوغ و وارد بودن مؤلفش را می‌نمایاند. هم او می‌گوید که این کتاب فصلی در تاریخ ریاضیات باز کرده است، زیرا به‌جای غنی کردن حساب با کشفهای جدید تحسین آثار جبر را پدیدار کرده است.

درواقع می‌توان گفت که کارهای اولیهٔ دیوفانت جبری نیست که بتوان بر آنها نام پایه‌های علم جبر را اطلاق کرد. ولی به‌نظر **«لوکا»** کتاب دیوفانت به‌هرصورت شامل نطفه‌های غالب مسائل جبر است و به‌علاوه به‌عقیدهٔ او علم جبر مترادف با علم اعداد است.

به نظر می‌آید که **ژینولوریا** (Ginoloria) در بیان نقش دیوفانت در تدوین جبر بهتر توانسته است از عهده برآید.

او می‌گوید، دیوفانت برای اختصار در بیان از زبان علامتی، تقریباً مشابه آنچه امروز ما به کار می‌بریم، استفاده کرده است. بدین جهت باکمی اغراق او را یکی از قدیمیترین دانشمندان علم جبر به شمار آورده‌اند. هوته‌فر نیز به‌نوبهٔ خود می‌نویسد: «بدون شك علم‌جبری که اکنون در دست ما است محصول فکر دیوفانت نیست ولی احکام او را مانند احکام اقلیدس می‌توان به‌طور جبری بیان کرد». اما از جبر به‌اهمیت خاص تألیفات دیوفانت قضاوت منصفانه از زوتن (Zeuthen) است. او می‌گوید: «در کتابهای دیوفانت آنقدر ابتکار به کار رفته است که ما را به‌پیشرفت واقعیی که در زمینهٔ ریاضیات یونانی حادث‌شده است معتقد می‌سازد. درکار کوتاهی که روی اعداد کثیرالاضلاعی، با استفاده از نمایش هندسی اقلیدس، انجام داده، دیوفانت به‌طور جدی در قسمت اصلی کتاب خود را از آنها رهائی بخشیده است و خود اعداد را بدون هیچ دست‌آویز دیگری، فقط ازجنبهٔ عددبودن آنها مورد مطالعه قرار داده است.

خیلیها قبل‌از او در این زمینه بدون توفیق کوشیده بودند تا بتوانند به آن، دقت و استحکامی نظیر آنچه اقلیدس وارد هندسه کرده بود، بدهند. تعلیم چنین‌دقتی در استدلالهای حساب، فقط ازدیوفانت ساخته بود. واگر جزاین کار دیگری انجام نداده بود، خود همین کافی بود که او را در عداد بزرگترین ریاضیدانان یونان معرفی نماید. ولی در حقیقت علاوه براین، مقدارزیادی نوآوریهای شخصی دیگر را مدیون او می‌باشیم.

کتاب حساب او شامل سیزده جلد بوده است که بدبختانه چرتش جلد آن به‌دست ما نرسیده است. مدتهای زیادی به‌این اسم بزرگ گرد فراموشی پاشیده شده بود. فقط درسال ۱۴۶۰ بود که **رژیومنتانوس** (Regiomontanus) این اثر عظیم را در کتابخانهٔ واتیکان پیدا کرد و بیش از یك قرن بعد به‌سال ۱۵۷۵ **اکزیلاندر** (Xylander) ترجمهٔ لاتینی آن را نشرداد.

خود متن یونانی را **باشه دومزیریاك** (Bachet de Mèziriac) به‌سال ۱۶۲۱ همراه با یك ترجمه لاتین، بهتر از قبل منتشر کرد. این کتاب یکی از کتابهای مورد علاقه **فرمای** (Fermat) بزرگ گردید که حواشی آن را از یادداشتهای خویش پر کرد و **پیرفرما** (Pierre) پسر ریاضیدان بزرگ این کتاب را با حواشی دقیقیت آن درسال ۱۶۷۱ چاپ و نشر نمود و بدین ترتیب افتخارات دیوفانت پس‌از مدتها فراموشی تکمیل گردید.

بدون اینکه خواسته باشیم تجزیه و تحلیلی ازحساب دیوفانتی به‌عمل آورده باشیم، خاطر نشان می‌سازیم که مطالب این کتاب مشتمل برحل معادلات و دستگاه معادلات درجهٔ اول و دستگاههای قابل حل به کمك دستگاههای درجهٔ اول و دوم و نامعادلات درجهٔ اول و آنالیز مبهمات بادو یا سه متغیر تا چهار درجه اول و غیره است.

خصوصیاتی که می‌توان به‌خاطر داشت عبارتند از: به‌کاربردن علامت مخصوص برای تساوی، وقواعد ضرب:

$$[(+۱)\times(-۱)=(-۱)] \text{ و } [(-۱)\times(-۱)=(+۱)]$$

وتعمیم فرمول فیثاغورث برای مربع مجموع دو مربع، بدو صورت:

$$(a^۲+b^۲)(a_۱^۲+b_۱^۲)=(aa_۱+bb_۱)^۲+(ab_۱-ba_۱)^۲$$

$$=(aa_۱-bb_۱)^۲+(ab_۱+ba_۱)^۲$$

وقضیه‌ای مبنی براین که هر عدد صحیح غیرمبدود کامل، مساوی مجموع مربعات حداکثر چهار عدد است وغیره وغیره.

روشهای زاییده ذهن دیوفانت آن قدرحیرت‌آور است که درنظر ما بلافاصله شکل جبری به‌خود می‌گیرند و پیش‌از پیش مؤید این مطلب می‌شوند که دیوفانت یکی از پیشگامان علم جبر است.

اینك ما به پایان دورهٔ مکتب دوم اسکندریه رسیده‌ایم. از تاس تا دیوفانت هزارسال سرشار از غلیانهای فکر یونانی نیز پس نظم ریاضی سیری شده است. هزارسال دیگر تا شروع دوران ریاضی مدرن فاصله داریم و ما این فاصله را در فصل دیگر از نظر می‌گذرانیم.

●✱●

عمل غلط، اما جواب صحیح

به این کسر نگاه کنید: $\frac{۳۲}{۶۴}$

این کسر را می‌توان ساده کرد. واضح است که کسری حاصل می‌شود که با آن برابر است. اما اگر بیاییم و ارقام عدد صورت کسر را از هم کم کنیم و صورت قرار دهیم و همچنین ارقام عدد مخرج را نیز از هم کم کنیم ومخرج قرار دهیم چنین می‌شود: $\frac{۳-۲}{۶-۴}=\frac{۱}{۲}$

که برابر کسر $\frac{۳۲}{۶۴}$ است. بنابراین چنین می‌توانیم بنویسیم: $\frac{۳۲}{۶۴}=\frac{۳-۲}{۶-۴}=\frac{۱}{۲}$

که عملی است غلط، اما نتیجه درست است. این کار را دربارهٔ این کسر نیز می‌توان کرد:

$$\frac{۴۲}{۲۱}=\frac{۴-۲}{۲-۱}=\frac{۲}{۱}=۲$$

آیا شما هم می‌توانید چنین کسرهایی به‌دست آورید؟ **مصطفی گودرزی طائمه**

دومین شب میهمانی

ترجمه و تنظیم از: پرویز شهریاری

۱ــ دورهٔ ما در دومین شب میهمانی بدون غایبه تشکیل شد. همه به موقع خود را رسانده بودند جز استاد که اندکی دیرتر آمد. پس از سلام و احوالپرسی، یکی از حاضران گفت:

ــ بهتر است که وقت را تلف نکنیم، مگر نمی‌دانید که وقت طلاست.

ــ لابد می‌خواهید که باز مسائلی مطرح کنید.

ــ نه، بهتر است اول به حل مسائل دفعهٔ پیش بپردازیم. اگر وقتی باقی ماند و کسی مسئله‌ای داشت البته دربارهٔ آن هم فکر خواهیم کرد.

ــ خوب شروع کنید.

ــ آیا کسی هست که حافظه‌ای قوی داشته باشد و مسائل را به ترتیبی که در شب قبل مطرح شد به خاطر آورد.

ــ جز استاد چه کسی می‌تواند این کار را انجام دهد.

ــ استاد شما ترتیب مطرح شدن مسائل به خاطرتان هست.

ــ کمو بیش بلی.

ــ پس بفرمایید نخستین مسئله چه بود.

ــ نخستین مسئله مربوط بود به معمای مربوط به منجاب که دربارهٔ آن در همان شب به طور کامل بحث کردیم. نکته‌ای در آن باره هست که شنفته نشده باشد؟

ــ همه گفتند نه. دومین مسئله چه بود؟

ــ دومین مسئله مربوط بود به زندگی مشترک در یک ساختمان...

یکی از گوشهٔ اتاق گفت:

ــ من صورت مسئله را درست به یاد نمی‌آورم. چه بود؟

استاد صورت مسئله را تکرار کرد و پرسید:

ــ چه کسی این مسئله را حل کرده است؟

یکی از حاضران، همان که آن شب نیز پاسخ داده بود، گفت:

ــ من که آن شب هم گفتم، به صورت متساوی.

ــ من هم آن شب گفتم که آن که سه قطعه چوب گذاشته ۳ ریال و آن که ۵ قطعه چوب گذاشته ۵ ریال بگیرد.

استاد گفت:

ــ این راه حلها هیچکدام صحیح نبود. البته اگر بدین قسم که شما باشد می‌گویید تقسیم کنند، به جایی بر نمی‌خورد ولی ما که طرفدار حق و عدالت هستیم می‌خواهیم که پول را آن طور که از نظر ریاضیات عادلانه است تقسیم کنیم.

کسی که در کنار بخاری نشسته و مشغول روشن کردن سیگار خود بود گفت:

ــ درست است که ما همه دربارهٔ مسائل فکر کرده‌ایم و بعضی از آنها را نیز حل کرده‌ایم. اما بهتر است که استاد ابتدا صورت مسائل را تکرار کند و بعد حل صحیح آنها را بگوید.

همه گفتند که پیشنهاد خوبی است. همین طور عمل کنید.

استاد گفت:

ــ حل مسئلهٔ **در آشپزخانهٔ مشترک** آن طور که در بدو امر به نظر می‌رسد درست نیست. یعنی نباید تصور کرد که ۸ ریال برای ۸ قطعه چوب پرداخت شده و لذا برای هر قطعه چوب یک ریال در نظر گرفته شده است.

چون هر سه نفر به طور متساوی از آتش استفاده کرده‌اند و یکی از آنها به خاطر این استفاده ۸ ریال پرداخته است ارزش تمام آتش برابر ۳ × ۸ یعنی ۲۴ ریال است. وچون آتش با ۸ قطعه چوب درست شده است، هر قطعه چوب ۳ ریال ارزش دارد.

حالا به سادگی می‌توان حساب کرد که به هر یک از آن دو نفر چند ریال می‌رسد. خانم پنج شعله، ۵ قطعه چوب گذاشته است، یعنی ۱۵ ریال داده است و چون فقط به اندازهٔ ۸ ریال استفاده کرده است باید بقیهٔ آن یعنی ۷ ــ ۸ ــ ۱۵ ریال را پس بگیرد.

خانم سه شعله که سه قطعه چوب به ارزش ۹ ریال داده است باید به اندازهٔ اختلاف ۸ ــ ۹ یعنی ۱ ریال بگیرد. به این ترتیب از ۸ ریال همسایه ۷ ریال به خانم پنج شعله و ۱ ریال به خانم سه شعله تعلق خواهد داشت.

خلبان گفت:

ــ معمای جالبی بود. من که هرگز فکر نمی‌کردم چنین تقسیمی عادلانه باشد.

●

استاد صورت مسئلهٔ بعد را که مربوط به **کار انجمنهای مدرسه** بود تکرار کرد و چنین گفت:

در مورد سؤال اول که بعد از چند روز دوباره تمام انجمنهای پنجگانه باهم در مدرسه تشکیل جلسه می‌دهند به سادگی می‌توان جواب داد. در حقیقت باید کوچکترین عددی را پیدا کرد که بر اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ قابل قسمت باشد. این عدد که کوچکترین مضرب مشترک اعداد فوق است عبارت از ۶۰ می‌باشد. یعنی پس از ۶۰ روز، در نخست و یکمین روز دوباره هر پنج انجمن باهم جلسه خواهند داشت. این جلسه، سی امین جلسه انجمن ادبی، بیستمین جلسه انجمن علمی، پانزدهمین جلسه انجمن عکاسی، دوازدهمین جلسهٔ انجمن شطرنج و دهمین جلسه انجمن موسیقی خواهد بود. قبل از این روز هرگز هر ۵ انجمن باهم در مدرسه تشکیل جلسه نخواهد داد. جلسهٔ مشابه بعدی بازهم بعد از ۶۰ روز خواهد بود، یعنی در فصل بعد.

به این ترتیب در فصل اول سال تنها یک روز دیگر وجود دارد که هر ۵ انجمن برای کار خود در مدرسه جلسه خواهند داشت.

جواب سؤال دوم این مسئله کمی دشوارتر است.

یکی پرسید :

ـ سؤال دوم چه بود ؟

استاد پاسخ داد که سؤال دوم این بود که : «چند روز وجود دارد که هیچیک از انجمنها جلسه نداشته‌اند؟» و بعد اضافه کرد :

ـ برای اینکه این روزها را به‌دست آوردیم باید اعداد از ۱ تا ۹۰ را به ترتیب پشت سرهم بنویسیم و در بین آنها روزهایی را که انجمن ادبی جلسه دارد، یعنی روزهای ۹،۷،۵،۳،۱ و غیره را خط بزنیم . سپس روزهایی را که انجمن علمی جلسه دارد، یعنی روزهای ۱۰،۴ وغیره را خط بزنیم . و به همین ترتیب برای سایر انجمنها. اعدادی که خط نخورده باقی میمانند، روزهایی هستند که هیچیک از انجمنها در مدرسه تشکیل جلسه نمی‌دهند.

کسی که این روزها را پیدا کند متوجه خواهد شد که تعداد آنها، آنطور که ظاهراً بنظر می‌رسد، کم نیست .

یکی از حاضران که در شب پیش ، پاسخ این مسئله را پس از طرح آن بدون فکر گفته بود گفت ،

ـ حالا می‌فهمم که پاسخ آن شب من چقدر از مرحله پرت بوده است. هرگز نباید بدون فکر و تعمق به مسائل ریاضی پاسخ داد .

●

استاد گفت :

مسئلهٔ بعد مربوط بود به پدر بزرگ و نوه . صورت مسئله را به‌دقت گوش کنید» همه چشم به‌دهان استاد دوختند و او صورت مسئله را تکرار کرد و چنین توضیح داد :

ـ در نظر اول واقعاً همه به‌نظر می‌رسد که مسئله درست طرح نشده است، زیرا در این صورت باید پدر بزرگ و نوه همسال باشند. ولی همان طور که خواهید دید مطلب کاملاً درست و مسئله دارای جواب است .

واضح است که نوه در قرن بیستم به دنیا آمده و بنابراین دو رقم سمت چپ سال تولد او ۱۹ می‌باشد. دو رقم دیگر این سال باید چنان باشد که اگر با خودش جمع شود برابر ۳۲ باشد. یعنی این دو رقم مساوی ۱۶ و سال تولد نوه ۱۹۱۶ بوده است که در سال ۱۹۳۲، شانزده سال داشته است .

پدر بزرگ در قرن نوزدهم متولد شده و دو رقم اول سمت چپ سال تولد او ۱۸ بوده است. و بنابراین دو برابر بقیهٔ رقمهای سال تولد او باید ۱۳۲ بشود ، یعنی خود آن رقمها نصف ۱۳۲ یعنی ۶۶ بوده است. پس پدر بزرگ در ۱۸۶۶ به دنیا آمده و در سال ۱۹۳۲ دارای ۶۶ سال بوده است.

آن که این مسئله را در شب قبل مطرح کرده بود گفت :

ـ واقعاً که این مسئله را استاد ، استادانه حل کرده‌اند. من فکر نمی‌کردم که کسی بتواند پاسخ آن را به‌دست آورد.

ـ من که تصور می‌کردم این مسئله لاینحل است و شما با طرح آن خواسته‌اید با ما شوخی کنید.

●

استاد گفت :

ـ به‌شام کم مانده است. اجازه بدهید که مسائل را تمام کنیم و آنگاه صورت مسئلهٔ بعد را که مربوط به **بلیطهای راه آهن** بود تکرار کرد و چنین توضیح داد :

در هر یک از ایستگاههای راه آهن مسافران می‌توانند برای هر یک از ۲۴ ایستگاه دیگر بلیط بخرند . بنابراین باید روی هم به اندازهٔ ۲۴ × ۲۵ یعنی ۶۰۰ نوع مختلف وجود داشته باشد.

●

مسئلهٔ بعد مسئله‌ای بود که دوستها خلبان مطرح کرد و مربوط به **پرواز هواپیما بود.** این مسئله در نوع خود بسیار جالب است و اغلب اشخاص در پاسخ به‌آن دچار اشتباه می‌شوند.

در این مسئله هیچگونه تناقضی وجود ندارد . نباید گمان کنید که هواپیما روی محیط یک مربع پرواز می کند؛ بلکه باید شکل کروی زمین را به حساب آورد. بیشترین فاصلهٔ دو نقطهٔ النهار روی خط استوا است و هر چه به شمال نزدیکتر شویم فاصلهٔ آنها کمتر می‌شود. بنابراین وقتی که هواپیما روی مداری در ۵۰۰ کیلومتری شمال مهرآباد به‌اندازهٔ ۵۰۰ کیلومتر به طرف مشرق پرواز می‌کند ، قوسی را طی می‌کند که از لحاظ درجه بیشتر از قوسی است که بعداً روی مدار مهرآباد به‌طرف مغرب پرواز می‌کند. بنابراین وقتی که پرواز هواپیما تمام می‌شود، در نقطه‌ای در مشرق مهرآباد قرار خواهد داشت. این فاصله را می‌توان دقیقاً حساب کرد ولی از آنجا که شرط این بود که داخل محاسبات فنی نشویم از ذکر آن خودداری می‌کنم.

یکی گفت :

بارک‌الله به‌این حافظهٔ استاد . مثل دستگاه ضبط صوت همه‌چیز را ضبط کرده است .

●

استاد گفت :

ـ از حسن‌ظن سرکار متشکرم. آن شب پس از مسئلهٔ پرواز هواپیما مسئلهٔ **سایه** مطرح شد و آن این بود که آیا هواپیما بزرگتر است یا سایهٔ کامل آن.

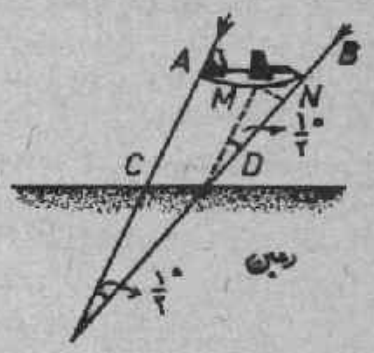
در گفتگوهایی که دربارهٔ این مسئله پیش آمد اشتباهاتی به چشم می‌خورد که من آن شب حرفی نزدم و گذاشتم که بقیه در بارهٔ آن فکر کنند و خود به آنها پی ببرند .

این درست نیست که وقتی که اشعهٔ خورشید به‌طرف زمین می‌آیند از هم دور می‌شوند. زمین نسبت به فاصله‌ای که تا خورشید دارد بسیار کوچک است و اشعه‌ای از خورشید که به نقاط مختلف زمین می‌رسند زاویهٔ بسیار کوچکی با هم می‌سازند که می‌توان عملاً آن را صفر دانست و در نتیجه اشعهٔ خورشید را متوازی به‌حساب آورد. آنچه گاهی به نظر ما می‌رسد که اشعهٔ خورشید از پشت ابرها از هم دور می‌شوند در حقیقت چیزی جز نتیجهٔ مناظر و مرایا (پرسپکتیو) نیست . در پرسپکتیو خطهای متوازی هر چه دورتر می‌شوند به‌هم نزدیکتر می‌شوند. این مطلب را می‌توان از نزدیک شدن ریلهای راه‌آهن یا درختان دو طرف یک خیابان بهتر فهمید .

ولی از این مطلب که اشعهٔ خورشید به‌طور موازی به‌زمین می‌رسند نمی‌توان این نتیجه را گرفت که سایهٔ کامل هواپیما با طول خود هواپیما برابر است .

در اینجا استاد کاغذ و مدادی خواست

واین‌شکل را کشید و گفت:



با دیدن این شکل متوجه می‌شوید که سایهٔ کامل هواپیما درفضا در جهت زمین مرتباً محدودتر می‌شود وبنابراین سایه‌ای که از آن برسطح زمین می‌افتد باید کوچکتر از خود هواپیما باشد؛ CD کوچکتر است از AB.

اگر ارتفاع هواپیما را بدانیم می‌توانیم این اختلاف را محاسبه کنیم. فرض کنید که هواپیما در ارتفاع ۱۰۰۰ متری سطح زمین پرواز می‌کند. زاویه‌ای که خطهای AC و BD باهم تشکیل می‌دهند برابر است با قطر ظاهری خورشید یعنی زاویه‌ای که تحت آن زاویه خورشید را از زمین مشاهده می‌کنیم، یعنی تقریباً ۰٫۵ درجه. ازطرف دیگر واضح است که اگر شیئی با زاویهٔ ۰٫۵ درجه دیده شود، ۱۱۵ برابر طول خود از چشم فاصله خواهد داشت. یعنی پاره‌خط MN، چون از زمین با زاویه ۰٫۵ درجه دیده می‌شود، برابر با $\frac{۱}{۱۱۵}$ فاصلهٔ AC خواهد بود. طول AC از فاصلهٔ شاقولی A تا سطح زمین بزرگتر است. اگر زاویهٔ بین‌جهت اشعهٔ خورشید و سطح زمین مساوی ۴۵ درجه باشد، طول AC (وقتی که هواپیما در ارتفاع ۱۰۰۰ متری است) در حدود ۱۴۰۰ متر خواهد بود. و بنابراین پاره خط MN مساوی $\frac{۱۴۰۰}{۱۱۵} = ۱۲$ خواهد شد.

ولی اختلاف طول هواپیما باطول سایهٔ آن، یعنی MB بزرگتر از MN است ودرحدود ۱٫۴ برابر آن است، زیرا زاویهٔ MBP تقریباً برابر ۴۵ درجه است یعنی داریم:

$$MB = ۱۲ \times ۱٫۴ = ۱۷$$

آنچه گفته‌شد مربوط به سایهٔ کامل هواپیماست، سایهٔ سیاه و پررنگ، و ربطی به آنچه به‌اصطلاح نیمسایه می‌گویند وکم‌رنگ وتاریک است ندارد.

این محاسبه نشان می‌دهد که اگر به‌جای هواپیما بالون کوچکی به‌قطر کمتر از ۱۷ متر در ارتفاع ۱۰۰۰ متری داشته باشیم، سایهٔ کامل نخواهد داشت و تنها نیمسایهٔ آن به‌زمین خواهد افتاد.

یکی از حاضران گفت:

ـ استاد، قرار بود که از قسمتهای خیلی فنی مطالب چشم بپوشید.

تقریبا همه به‌اتفاق گفتند:

ـ مطلب ساده بود وهمه آن را فهمیدیم.

استاد خیلی متشکریم.

●

استاد گفت:

ـ از لطف شما ممنونم اگر اجازه بدهید دو مسئلهٔ دیگر راهم که باقی‌مانده است تمام کنیم.

ازاطراف صدا برخاست که بفرمایید، گوش می‌دهیم.

ـ مسئلهٔ بعدی **مسئله‌ای دربارهٔ چوب کبریتها** بود. بهتر است شما که مسئله‌را طرح کرده‌اید، خودصورت‌مسئله را تکرار کنید.

پس ازآن که‌صورت مسئله تکرار شد، استاد چنین توضیح داد:

ـ این‌مسئله را ازآخر عمل می‌کنیم یعنی از اینجا شروع می‌کنیم که تعداد چوب‌کبریتها بعد از همهٔ نقل وانتقالها درهرسه‌دسته باهم برابر شده‌اند. واضح است که با نقل و انتقال کبریتها تعداد کل آنها تغییر نمی‌کند. وچون مجموعاً ۴۸ کبریت وجود داشت، درپایان عمل در هردسته ۱۶ کبریت خواهد بود، یعنی:

دستهٔ اول	دستهٔ دوم	دستهٔ سوم
۱۶	۱۶	۱۶

بلافاصله قبل ازآن، همان قدر کبریت که در دستهٔ اول وجود داشت به‌آن اضافه شده‌است، یا به زبان دیگر، کبریتهای دستهٔ اول دوبرابر شده‌است. یعنی، قبل‌ازآخرین تغییر در دستهٔ اول به‌جای ۱۶ کبریت ۸ کبریت وجود داشته است. در دستهٔ سوم هم، ازآنجاکه این ۸ کبریت ازآن‌دسته برداشته شده‌است، قبل‌از تغییر ۸+۱۶ یعنی ۲۴ کبریت بوده است.

بنابراین تعداد کبریتها درهردسته قبل ازآخرین تغییر چنین بوده است:

دستهٔ اول	دستهٔ دوم	دستهٔ سوم
۸	۱۶	۲۴

قبل از این مرحله، با استفاده از کبریتهای دستهٔ دوم، دستهٔ سوم دوبرابر شده‌است. یعنی دریک مرحلهٔ قبل تعداد چوب کبریتهای دسته‌ها چنین بوده است:

دستهٔ اول	دستهٔ دوم	دستهٔ سوم
۸	۲۸	۱۲

وقبل از این مرحلهٔ اخیر، چون با استفاده ازچوب کبریتهای دسته اول، تعداد چوب کبریتهای دستهٔ دوم دوبرابر شده است، وضع چوب کبریتهای دسته‌ها چنین بوده است:

دستهٔ اول	دستهٔ دوم	دستهٔ سوم
۲۲	۱۴	۱۲

واین‌همان جواب مسئله است.

●

آخرین معما مربوط بود به **درخت اسرار آمیز** که واقعاً موضوع آن بسیار جالب بود و به‌جاست ابتدا ایشان که معما راطرح کرده‌اند صورتش را تکرار کنند تا من به‌حل آن بپردازم.

پس‌از آنکه صورت مسئله تکرار شد، استاد چنین گفت:

ـ برای حل‌این مسئله نیزازپایان کارشروع‌می‌کنیم. می‌دانیم که‌پس ازآنکه پول کیف برای‌مرتبهٔ سوم دوبرابر شد، ۱۲۰ ریال درکیف وجود داشت (واین همان پولی است که آخرین باربه‌پیرمرد داده‌شد). واضح است که‌قبل ازدوبرابر شدن، پول کیف ۶۰ ریال بوده است. این ۶۰ ریال بعد از پرداخت ۱۲۰ ریال دستمزد به‌پیرمرد (که‌برای باردوم‌پولها

را دوبرابر کرده بود) در کیف باقی مانده بود ، بنابر این قبل از این پرداخت ، ۲۷۰ ریال در کیف بوده است.

بنابراین موجودی کیف بمقدار آنکه برای بار دوم پولهایش دوبرابر شود ۱۸۰ ریال بوده است. یعنی قبل از آن ۹۰ ریال در کیف بوده‌است که اگر ۱۲۰ ریال دستمزد دفعهٔ اول پیرمرد را به آن اضافه کنیم روشن می‌شود که بعد از دو برابر شدن اول ، پول کیف ۲۱۰ ریال وقبل از آن ۱۰۵ ریال بوده‌است. جواب را آزمایش کنیم :

پس از نخستین دوبرابر شدن
۱۰۵ × ۲ = ۲۱۰

پس از پرداخت نخستین دستمزد
۲۱۰ − ۱۲۰ = ۹۰

پس از دومین دوبرابر شدن
۹۰ × ۲ = ۱۸۰

پس از پرداخت دومین دستمزد
۱۸۰ − ۱۲۰ = ۶۰

پس از سومین دوبرابر شدن
۶۰ × ۲ = ۱۲۰

پس از پرداخت سومین دستمزد
۱۲۰ − ۱۲۰ = ۰

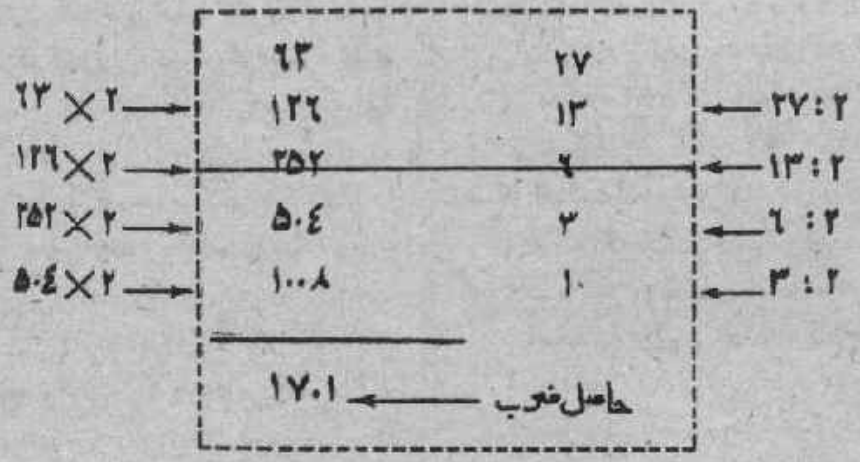
●

صحبت به اینجا که رسید شام حاضر شده بود، یکی گفت که شام را بخوریم و پس از شام مسائل دیگری مطرح کنیم. اما پس از صرف شام به پیشنهاد استاد قرار شد که طرح مسائل را بگذارند برای جلسهٔ بعد مهمانی ، و هر کس درصدد پیدا کردن مسئله‌ای جالب برآید.

بدین ترتیب دومین شب مهمانی ما پایان یافت .

چرا چنین است؟

یکی از روشهای قدیمی عمل ضرب که به روش دهاقین روسیه مشهور است چنین است که برای ضرب کردن دو عدد در هم آنها را در یک سطر و با فاصله از هم می‌نوشتند و بعد یکی را دو برابر و دیگری را بر ۲ تقسیم می کردند و حاصل ضرب و خارج قسمت را زیر آنها در یک سطر می نوشتند. و این عمل را آن قدر تکرار می کردند تا به خارج قسمت ۱ برسند و بعد سطرهایی را که دو عدد نوشته شدهٔ بر روی آنها هر دو زوج بود حذف می کردند و اعدادی را که در ستون دو برابرها نوشته شده بود جمع می کردند. مثلاً برای ضرب ۶۳ × ۲۷ چنین عمل می کردند:



جالب این است که بوجود آنکه در تقسیمها، باقیمانده‌ها را در نظر نمی گیریم باز جواب صحیح به دست می‌آید. آیا می‌توانید دلیلی، غیر از آنچه در مقالهٔ فصلی از تاریخ ریاضیات در این شماره نوشته شده‌است، برای این مطلب به دست آورید.

پاسخ به «چرا چنین است» شمارهٔ گذشته

حاصل ضرب سه عدد ۷ و ۱۱ و ۱۳ می‌شود ۱۰۰۱ و هر عدد سه رقمی که در ۱۰۰۱ ضرب شود ، حاصل ضربش دارای شش رقم است که ارقام مراتب در طبقات آن مانند هم است، مثل، ۳۷۸ × ۱۰۰۱ = ۳۷۸۳۷۸. بنابراین هر عدد شش رقمی به این شکل مضربی از ۱۰۰۱ می‌باشد، پس چنانچه آن را بر ۷ یا ۱۱ یا ۱۳، کم‌قسوم‌علیه‌های ۱۰۰۱ هستند، تقسیم کنیم باقیمانده صفر می‌شود.

آنچه دیگران جزء برنامهٔ دبیرستانی تدریس می کنند

« به پیروی از خواست خوانندگان مقالاتی در بارهٔ تبدیل و ترتیب و ترکیب در مجله چاپ می‌شود . این دومین مقاله‌ای است که همکار ارجمند ما آقای « ایرج ادیبی » بنابر تقاضای ما تهیه و در اختیار گذاشته‌اند . نخستین مقالهٔ ایشان مربوط بود به تبدیل و درشمارهٔ ۱۰ چاپ گردید . »

«شورای نویسندگان»

دنبالهٔ تبدیل (ترتیب)

نظری به گذشته ـ گفتیم که اگر n شیئی داشته‌باشیم، این n شیئی را که پهلوی هم قرار دهیم یك تبدیل درست کرده‌ایم . ممکن است که آنها را به نحو دیگری هم پهلوی هم قرار داد . در این‌صورت تبدیل دیگری به دست‌آورده‌ایم. چنانچه تعداد تبدیلاتی راکه می‌شود از n شیئی به دست‌آورد، به شرطی‌که در هر بارکه تبدیل درست می‌کنیم همهٔ آنها را به‌کار بگیریم ، به P_n نمایش دهیم . مقدار P_n را می‌توان از رابطهٔ

$$P_n = n!$$

حساب‌کرد . مثلا تعدادتبدیلاتی راکه با چهار شیئی می‌توان تشکیل داد عبارت است از

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

برای آنکه معلوم شود که در هر یك از تبدیلاتی که از n شیئی درست می‌کنیم همهٔ آن n شیئی را به کار گرفته‌ایم ، معمولا تعداد تبدیلات را چنین می‌نویسند : $_nP_n$

و می‌خوانند تبدیلات n شیئی n به n . به این ترتیب:

$$_4P_4 = 24$$

یك فکر جدید ـ گاهی ممکن است که از n شیئی تبدیلهای n تایی‌درست نکنیم ، بلکه ازآنها تبدیلهای r تایی تشکیل‌دهیم . مثلاچهارشیئی داشته باشیم و سه شیئی ازآن‌چهار شیئی راپهلوی‌هم‌بگذاریم و یك تبدیل درست‌کنیم . این چهار حرف را در نظر بگیرید : a و b و c و d . یك تبدیل سه تایی‌آن می‌شود abc . یك تبدیل سه تایی دیگر از این‌چهار حرف می‌شود acd . به همین ترتیب می‌بینید که تبدیلهای سه‌تایی دیگری نیز از این چهار حرف می‌توان درست کرد .

مسئله آن است که ببینیم تعداد تبدیلهای n شیئی ، r به r ($r<n$) ، که آن را چنین می‌نویسند : $_nP_r$ و می‌خوانند تبدیلات n شیئی r به r ، چقدر است .

محاسبهٔ $_nP_r$ ـ بدواً دومثال‌را بااستفاده‌ازاصول مذکور در قسمت اول تبدیل (مندرج‌در شمارهٔ۱۰) حل می‌کنیم .

مثال ۱ـ باحروف کلمهٔ سهیلا چند کلمهٔ رمز سه حرفی می‌توان ساخت (منظور از کلمه رمز کلماتی است که به معنی آنهاتوجهی نداریم)

حل : برای نوشتن اولین حرف کلمهٔ سه‌حرفی حق ۵ انتخاب داریم و برای حرف دوم کلمه حق ٤ انتخاب (زیرا یك حرف رابرای اولین‌حرف کلمهٔ سه حرفی‌انتخاب‌نموده‌ایم) و برای حرف سوم‌کلمه حق۳ انتخاب داریم . در این‌صورت می توان $5 \times 4 \times 3$ کلمه رمزی سه حرفی‌ساخت.

۳ عامل

$$_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 120$$

مثال ۲ـ باهفت رنگ مختلف چند پرچم چهار رنگ می‌توان ساخت به نحویکه رنگها افقی قرار گیرند (نظیر پرچم ایران).

حل : برای رنگ بالای پرچم حق انتخاب ۷ رنگ و برای رنگ دوم حق ۶ انتخاب و برای رنگ سوم حق ۵ انتخاب و برای آخرین رنگ حق ۴ انتخاب داریم. پس به موجب اصل، روی هم $۸۴۰ = ۴ \times ۵ \times ۶ \times ۷$ نوع پرچم می‌توان ساخت:

$$\underbrace{۴ \text{ عامل}}$$

$$_۷P_۴ = ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴$$

حال می‌خواهیم بدانیم که از n حرف چند گروه r حرفی می‌توانیم بسازیم. برای نخستین حرف حق n انتخاب و برای دومین حرف حق $(n-۱)$ انتخاب یا $(n-۲+۱)$ انتخاب و ..... برای نهمین حرف حق $n-۸$ یا $(n-۹+۱)$ انتخاب و... برای r امین حرف حق $n-r+۱$ انتخاب داریم. بنابراین به موجب اصل روی هم :

$$n(n-۱)(n-۲)\dots(n-۸)\dots(n-r+۱)$$

تبدیل r حرفی خواهیم داشت :

$$_nP_r = n(n-۱)(n-۲)(n-۳)\dots(n-r+۱)$$

فورمول فوق را می‌توان بدین ترتیب ساده تر نوشت : طرف دوم تساوی را در $(n-r)!$ ضرب و بر آن تقسیم می‌کنیم:

$$_nP_r = \frac{n(n-۱)\dots(n-r+۱)\times(n-r)!}{(n-r)!}$$

یا مختصر توجهی پس از بسط $(n-r)!$ درصورت، می‌توان به جای کلیهٔ جملات صورت $n!$ را گذاشت و فرمول به این صورت خواهد شد :

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال ۳: پاه حرف چند تبدیل سه به سه می‌توان ساخت:

حل :

$$_۵P_۳ = \frac{۵!}{(۵-۳)!} = \frac{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲}{۲} = ۶۰$$

تمرین :

۱ ـ مدرسه‌ای ۷ در دارد. دانش‌آموزی می‌خواهد از دری ازمدرسه خارج شود که صبح از آن در به مدرسه وارد نشده است. اگر این دانش‌آموز درهر روز فقط یك بار به مدرسه داخل و ازآن خارج بشود، چند روز طول می‌کشد که جمیع راههای ممکن قصد خود را انجام دهد.

۲ـ می‌خواهیم هیئت رئیسهٔ سازمان دانش‌آموزان را که شامل رئیس ومعاون و منشی است از میان ۱۰ نفر نمایندهٔ کلاسها انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد.

۳ـ می‌دانیم که دربازی شطرنج نخستین حرکت به ۲۲ شکل صورت می‌گیرد. معین کنید که دوحرکت اول به چندطریق ممکن است انجام گیرد.

۴ـ چندکلمهٔ سه حرفی باحروف الفبای فارسی می‌توان ساخت ؟

درصورتی که قیدی در کار باشد ـ وقتی که بخواهیم از چهار حرف کلمهٔ گرما، کلمات چهار حرفی بسازیم تبدیل ۴ حرف چهار به چهار خواهد بود : $(_۴P_۴ = ۴۱ = ۲۴)$ ولی اگر مقید باشیم که کلیهٔ کلمات با گ شروع شود، در این صورت تعداد تبدیلات $\frac{۱}{۴}$ خواهد شد، یعنی ازچهار جایی که گ می‌تواند اشغال کند، فقط یك مکان آن مورد نظر است. بنابراین تبدیلات آن $۶ = \frac{۴!}{۴}$ خواهد بود وآن کلمات بدین صورتند :

گرما ـ گرام ـ گامر ـ گارم ـ گرا ـ گمار

با استفاده از اصل می‌توان درستی مطالب فوق را تحقیق کرد. برای نخستین حرف کلمه، حق یك انتخاب، فقط «گ» را داریم. برای دومین حرف حق سه انتخاب (الف یا، م یا، ر) را داریم و برای حرف سوم حق دو و برای حرف چهارم حق یك انتخاب را داریم بنابر این تعداد کلمات چنین خواهد بود:

$$۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$$

به طور کلی تعداد تبدیلهای n حرف n، n، اگر موقعیت یکی ازآنها مشخص باشد، به‌قرار ذیل است.

$$\frac{n!}{n} = (n-۱)!$$

به همین ترتیب می‌توان این قانون را تعمیم داد ودرصورتی که درتبدیل n حرف n به n اگر جای r حرف آن مشخص باشد، تعداد تبدیلات برابر $(n-r)!$ خواهد بود.

تذکر : در صورتی که بخواهیم چند شیئی را دایره وار بچینیم مانند آن است که یك جای آن مشخص باشد (چرا؟).

مثال: فرضاً بهزاد و سه نفر از رفقایش سعید، حمید مهدی می خواهند دور یك میز گرد بنشینند. به موجب اصل نخستین نفر حق یك انتخاب دارد زیرا برای نخستین نفردور میز گرد بالاوپائین اول، یاآخر ندارد. برای دومین نفر حق سه انتخاب باقی است زیرا می‌تواند جلو، دست راست یادست چپ نفر اول بنشیند. به همین ترتیب سومین نفر حق دو و آخرین نفر حق یك انتخاب دارد.

بنابراین این چهار نفر به: $۶ = ۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱$ طریق می‌توانند دور میز بنشینند :

$$\frac{{}_4P_4}{4} = (4-1)! = 6$$

تبدیلات چند شیئی که همه باهم مختلف نباشد (تبدیلات باحروم مکرر)-مثال : چند کلمهٔ با حروف کلمهٔ «آیا» می‌توان ساخت؟

حل :اگر بین آ و ا تفاوت قائل باشیم، تبدیلات این سه حرف طبق آنچه خواندیم $P_3 = 3! = 6$ است ولی اگر بین آ وا تفاوت قائل نباشیم، فقط می‌توان سه کلمهٔ مختلف با آنها ساخت:

ااى اىا ىاا

علت آن است که الفها دارای دو تبدیل هستند (!۲) که به‌حساب نمی‌آید :

$$\frac{{}_3P_3}{2!} = \frac{6!}{2!} = 3$$

تعمیم مطلب فوق بدین ترتیب است که اگر در تبدیل n شیئی n به a،n شیئی آن مساوی b و شیئی آن نیز مساوی و....

باشد ، فرمول به قرار ذیل است : $P = \frac{n!}{a!b!c!....}$

مثال - . چند کلمهٔ رمز هشت حرفی با حروف کلمهٔ ایرانیان می توان ساخت .

به موجب فرمول ، چون در این کلمه سه «الف» و دو «ی» و دو «ن» وجود دارد دراین صورت :

$$\frac{{}_8P_8}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{8!}{3! \times 2! \times 2!}$$

یعنی ۱۶۸۰ کلمه می توان ساخت :

تمرین :

۱- چند عدد شش رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت(ارقام متفاوت باشند)

۲- به چند طریق می‌توان ۵ کلیدرا دریك‌حلقه‌قرارداد.

۳- به چند طریق ۶ زن و شوهر می‌توانند دور میز بنشینند درصورتی که هرزن مقابل شوهر خودش بنشیند.

۴- سه نفرکه که دونفرآنها رانندگی می‌دانند به‌چند طریق‌می‌توانند درتشك‌جلوی‌اتومبیلی بنشینندواتومبیل‌راه‌برود .

۵ - چند کلمه رمز هفت حرفی با حروف کلمه ماکریمم می‌توان ساخت .

۶- چند عدد ۵ رقمی باارقام زیر می‌توان ساخت :

الف - ۱-۲-۳-۴-۵

ب ۱-۳-۳-۳

ج ۱-۲-۲-۳-۳

یك اصطلاح - - به تبدیل n حرف r به r ، **ترتیب n حرف r به r** نیز می گویند و آن را چنین می‌نویسند: A_n^r . در کتابهای ریاضیات فرانسوی معمولا این اصطلاح و علامت را برای نمایش آن فکر به‌کار می‌برند .

بی آنکه هیجانی شوید این مسئله را حل کنید

پریروز ادارهٔ هواشناسی چنین گفت : هوای امروز باهوای دیروز فرق دارد . اگر هوای فردا همان طوری باشدکه هوای دیروز بوده است ، هوای پس فردا همان هوائی خواهد بود که پریروز بوده است . اما اگر هوای فردا مانند هوای امروز باشد ، هوای پس فردا مانند هوای دیروز خواهد بود .»

امروز هوا بارانی است و پریروز همچنین باران آمده است . هوای دیروز چگونه بوده است ؟

پاسخ مسئلهٔ شمارهٔ گذشته زیرهمین عنوان

آقای بشر دوست می خواسته است که به هر پسر ۱۰ تومان بدهد . اما ۴۰٪ از پسران از دریافت پول استنکاف کردند . این امر بدان می‌ماند که همهٔ پسرها پول گرفته باشند اما ۴۰٪ از ۱۰ تومان کمتر . چهل در صد کمتر از ۱۰ تومان یعنی ۶ تومان . پس پسر ها و دخترها به طورمساوی هر یك ۶ تومان گرفته‌اند و بنابر این پولی که آقای بشردوست صرف کرده عبارت است از : ریال ۱۳۴۴۰۰ = ۶۰ × ۲۲۴۰

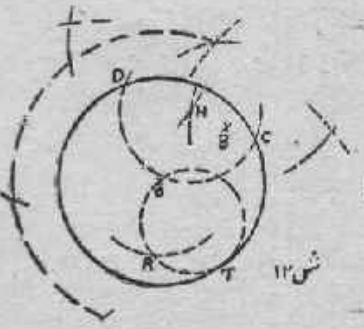
ترسیمات هندسی فقط با پرگار

تنظیم‌از: حبیب‌الله عبداللهی

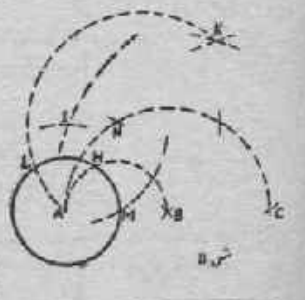
در پاسخ خوانندگانی که ماخذ تنظیم این مسائل را خواستار شده‌اند، به اطلاع می‌رساند که مأخذ مورد استفاده کتابی چاپ فرانسه می‌باشد. راجع به هندسهٔ پرگاری در اغلب کشورها کتابهایی چاپ‌شده است ودر ایران نیز برخی از این مسائل توسط مرحوم مهندس بهجت گردآوری ودرسال ۱۳۲۴ به‌صورت یک‌جزوه منتشر شده‌است.

مسئلهٔ ۱۱ـ تعیین نقطهٔ تلاقی دایره باخطی که ازمرکز آن گذشته است ـ خط (A و B) ودایرهٔ به‌مرکز A وبه‌شعاع R معلوم است وفرض می‌کنیم $AB=a$ (شکل ۱۱) به مرکز B وبه‌شعاع AB دایره‌ای رسم کرده و براین دایره نقطهٔ C را در امتداد AB به‌دست می‌آوریم (مسئلهٔ ۳) اگر N نقطه‌ای از دایرهٔ اخیر باشد که $AN=a$ داریم $CN=a\sqrt{3}$ و به شعاع $CN=a\sqrt{3}$ وبه مرکزهای B و C دودایره رسم می‌کنیم که یکدیگر را در K قطع می‌کنند. داریم $AK=a\sqrt{5}$ و دایره‌ای به‌قطر AK رسم می‌کنیم تا دایرهٔ (R و A) را در L قطع کند، $KL=\sqrt{5a^2-R^2}$ دایرهٔ به‌قطر AB دایرهٔ (R و A) را در G قطع می کند و $BH=\sqrt{a^2-R^2}$ می‌باشد دایرهٔ به‌مرکز C وبه‌شعاع KL بادایرهٔ به‌مرکز A وبه‌شعاع BH در I متلاقی می‌شوند. دایرهٔ به‌مرکز I و به شعاع AB دایرهٔ (R و A) را در M قطع می‌کند. M نقطهٔ تلاقی خط (A و B) بادایرهٔ (A و R) می‌باشد. قرینهٔ M را نسبت به A معلوم می‌کنیم (مسئلهٔ ۳) نقطهٔ دیگر تلاقی AB بادایرهٔ A پیدا می‌شود

اثبات ـ ازروابط $\overline{IM}^2=\overline{AI}^2+\overline{AM}^2$ و $\overline{IC}^2=\overline{AI}^2+\overline{AC}^2$ نتیجه می‌شود که زاویه‌های IAC و IAM قائمه‌هستند وخطوط AM و AC در یک امتداد واقعند.



شکل ۱۲



شکل ۱۱

تبصره ـ درحالت بالا فرض‌شد که $a>R$ است. چنانچه $a<R$ باشد. نخست باروش مسئلهٔ ۳ در امتداد AB نقطهٔ B' را چنان تعیین می‌کنیم که $AB'>R$ باشد آنگاه مانندحالت بالا عمل می‌شود.

مسئلهٔ ۱۲ـ تعیین نقاط تلاقی دایره وخط مفروض (خط ازمرکز دایره نگذشته است) ـ دایرهٔ به‌مرکز O و به‌شعاع R و خط (A و B) مفروض است، از O عمودی بر AB رسم می‌کنیم و H پای عمود را به دست می‌آوریم (مسئلهٔ ۸) و یک نقطهٔ دلخواه T بردایره انتخاب‌کرده دودایره یکی به قطر OT ودیگری به‌مرکز O وبه شعاع OH رسم می‌کنیم اگر R نقطهٔ تلاقی آنها باشد داریم:

$$\overline{RT}^2=\overline{OT}^2-\overline{OR}^2=R^2-\overline{OH}^2$$

به‌مرکز H وبه‌شعاع RT دایره‌ای رسم‌می‌کنیم که‌دایرهٔ مفروض O رادر C و D قطع می‌کند نقاط C و D نقاط‌تلاقی دایرهٔ O باخط (A و B) می‌باشند

اثبات ـ داریم $\overline{HC}^2=\overline{HB}^2=\overline{OC}^2-\overline{OH}^2$

ودوزاویهٔ OHC و OHD قائمه هستند وچون‌زاویهٔ OHA نیز قائمه است پس C و D بر AB واقعند (شکل ۱۲).

مسئلهٔ ۱۳ـ تعیین چهارمین جزء تناسب ـ فرض‌می‌کنیم

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{x} \quad \text{یا} \quad ax=bc$$

و طولهای a و b و c معلوم باشد. برای تعیین طول x سه نقطهٔ P و M و N را در یک امتداد چنان تعیین می‌کنیم که $PM=b$ و $PN=c$ باشد (نخست P و M را در نظر گرفته آنگاه مانند مسئلهٔ ۱۱ نقطهٔ تلاقی آنرا بادایرهٔ به مرکز P و شعاع C به دست می‌آوریم) دایرهٔ دلخواه (O) را چنان رسم

می‌کنیم که بر NوM بگذرد ، دایرهٔ به مرکز P وبه‌شعاع a را رسم می‌کنیم تادایرهٔ (O) را در K قطع کند ومانندمسئلهٔ ۱۲ نقطهٔ تلاقی دیگر خط PK را بادایرهٔ (O) پیدا می‌کنیم که اگر L باشد PL=x خواهدبود.

اثبات ـ نسبت به‌دایرهٔ (O) داریم

$$PM\cdot PN=PK\cdot PL$$

مسئلهٔ۱۴ـ تعیین نقطهٔ تلاقی دوخط‌ـدوخط (AوB) و (CوD) مفروض است. از AوB عمودهائی بر خط (CوD) رسم‌می‌کنیم‌و. KوH پایهای‌دوعمود را پیدا می‌کنیم (مسئلهٔ۸).

حالت اول‌ـ AK و BH در یك جهت هستند در این صورت I نقطهٔ تلاقی دوخط مفروض درخارج قطعه خط KH بوده و داریم.

$$\frac{IH}{IK}=\frac{BH}{AK}\text{ یا }\frac{IH}{|IK-IH|}=\frac{BH}{|AK-BH|}\text{ یا }$$

$$\frac{IH}{KH}=\frac{BH}{|AK-BH|}\qquad(۱)$$

حالت دوم‌ـ AK و BH مختلف‌الجهت باشند در این صورت I بین K و H واقع بوده وداریم.

$$\frac{IH}{IK}=\frac{BH}{AK}\text{ یا }\frac{IH}{KH}=\frac{BH}{AK+BH}\qquad(۱')$$

مانند مسئلهٔ۱۳ طول IH چهارمین جزء تناسب (۱) یا (۱')پیدا می‌شود.

اکنون برای تعیین Iکافی‌است دایرهٔ به‌مرکزHوبه‌شعاع IH را رسم‌کرده مانند مسئلهٔ۱۱ نقطهٔ تلاقی این‌دایره‌راباخط (KوH) به‌دست بیاوریم.

مسئلهٔ۱۵ـ تعیین مرکز دایره‌ای که برسه نقطهٔ معلوم می‌گذرد‌ـ سه‌نقطهٔ AوBوC مفروض است، نخست مانندمسئلهٔ۱ عمود منصفهای خطوط (AوB) و (CوB) را تعیین می‌کنیم. آنگاه مانند مسئلهٔ۱۴ نقطهٔ تلاقی این دوعمود منصف را به‌دست می‌آوریم.

مسئلهٔ۱۶ـ تعیین‌مرکز دایرهٔ معلوم ـ نخست سه‌نقطهٔ دلخواه بر دایره انتخاب کرده آنگاه مانند مسئلهٔ ۱۵ عمل می‌کنیم.

نامهٔ زیر .... (بقیه‌ازصفحهٔ داخلی جلد)

بااین عمل ازطرفی نه‌تنها استحکام عبارتها ازمیان رفته بلکه غلطهای دستوری درمقاله وارد شده است. مثلا افزودن کلمهٔ «که» در موارد غیرلازم جمله‌ها را یکی سست وگاه نامفهوم کرده است. همچنین بجای کلمه‌ها و عبارتهای درست «بوسیلهٔ آنها» و «میآزماید» و «دومختص» و «اندازهٔ مقدور» و «بطور مجانبی» بترتیب کلمه‌ها و عبارتهای نادرست یاغیرعلمی «دربرتو آنها» و «بمحك‌امتحان‌میزند» و«دومختصات» و«حدمقدور» و«مجانب‌وار» گذارده شده است. حتی قواعد نوشتن خط فارسی‌نیز رعایت نشده ومثلا جملهٔ «بکارمیبریم» بصورت «به‌کارمی‌بریم» نوشته شده‌است.

ازطرف‌دیگر دربعضی موارد شورای نویسندگان اصطلاحها یامطالب علمی درست را تغییر داده‌است. مثلابجای کلمه«داده‌ها» که امروز همهٔ استادان علوم تجربی آنرا بکارمیبرند و ترجمهٔ data انگلیسی و données فرانسه است کلمهٔ «معلومات» را که نه‌تنها نارسابلکه نادرست است گذارده.

همچنین عبارت «هرگاه یك متغیر عددی در نقاط مختلف فضای نمونه‌ای تعریف شده‌باشد» بدین‌صورت تغییر یافته «هرگاه یك متغیر عددی بوسیلهٔ نقاط مختلف فضای نمونه‌ای تعریف شده باشد». این‌بیان نه‌تنها بانظر نویسندهٔ مقاله‌کاملا مباینت داردبلکه اصولا نادرست است.

باز درعبارت «از لحاظی میتوان کلیهٔ نظریه‌های علمی را مرکب از یك دسته فرضهای ردنشده یا فرضهائی که بطور موقت پذیرفته شده‌اند دانست» عبارت «ویارد شده» پس از «ردنشده» اضافه گشته. چنین‌بنظرمیرسد که‌فرض علمی‌ردشده‌مرادیگر نمیتوان قسمتی ازیك‌نظریه علمی‌دانست.

بالاخره بجای‌اصطلاح‌درست «اصل عدم یقین»اصطلاح‌نارسا ونادرست «اصل‌عدم قطعیت» گذارده شده.شورای محترم‌نویسندگان مجلهٔ یکان‌تغییرات دیگری هم درآن‌مقاله داده است که‌برای‌احتراز ازطول سخن‌ازذکرآنها چشم میپوشم.

دوغلط فاحش چاپی نیز دیده میشودکه باید بدین صورت اصلاح شود $\beta=۰٫۱۵۹\text{و}h=۶٫۶۲۳۷\times۱۰^{-۲۷}$ بی‌آنکه قصد خودستائی‌داشته‌باشم تصورمیکنم مطالعه کتابهای «اصول‌نظریه توابع متغیر مختلط» و «اصول نظریه ریاضی احتمال» و «اصول روشهای ریاضی آمار» که درسلسلهٔ انتشارات دانشگاه تهران‌چاپ شده در روشن ساختن منظور این جانب از نوشتن این نامه برای اعضای محترم شورای نویسندگان بی‌فائده نباشد. انتظاراین‌جانب ازآن همکارگرامی ودوستان دیگرآنست که مقرر دارندودرنخستین شمارهٔ مجله‌یکان که پس از این تاریخ منتشر خواهد شد این‌نامه عیناً برای روشن‌شدن ذهن خوانندگان درج‌گردد.

موفقیت شما وهمکارانتان را خواهانم

ارادتمند

دکتر علی افضلی‌پور ــ استاد دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران

۴۳٫۱۱٫۱۱

مسائل امتحانات ریاضی ، مکانیک ، فیزیک و شیمی ثلث اول دبیرستانها

سؤالهای امتحانی مربوط به کلاسهای چهارم و پنجم طبیعی و ریاضی در شمارهٔ ۱۱ چاپ شد. دنبالهٔ آن، سؤالهای مربوط به کلاسهای ششم در زیر چاپ می‌شود . شیوهٔ نگارش عبارات به همان صورت که در اوراق مربوط بوده محفوظ مانده است .

کلاس ششم طبیعی

الف ـ جبر و مثلثات

دبیرستان آذر

۲۰۲۱ ـ ساده ترین صورت مشتق تابع ،
$y=(2\cos x-\sin x)(2\cos x+\sin x)-2\cos 2x$ را حساب کنید .

۲۰۲۲ ـ اولا تحقیق کنید که منحنی‌های نمایش تغییرات $y=x^3-ax^2+a-1$ باراء جمیع مقادیر a از دو نقطه ثابت که مختصات آنرا تعیین میکنید میگذرند. ثانیاً مقدار a را قسمی تعیین کنید که تابع بازاء $x=2$ مینیمم شود. ثالثاً منحنی نمایش تغییرات تابع $y=(x-1)(x^2-2x-2)$ را رسم کنید و معادلهٔ خط مماس بر منحنی را در نقطه بطول ۱ ـ بنویسید .

۲۰۲۳ ـ جوابهای کلی معادلات زیر رابنویسید .

$\cos(3x+\frac{\pi}{3})+1=0$ و $\sin(3x-\frac{\pi}{4})=1$

$tg(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8})-1=0$

۲۰۲۴ ـ معادله زیر را حل کنید و جوابهای محصور بین صفر و 360° را بنویسید .

$\cos(3x+\frac{\pi}{3})+\cos(3x-\frac{\pi}{3})=1$

دبیرستان البرز

۲۰۲۵ ـ تابع $y=\frac{x^3+x^2+mx}{m+2}$ مفروض است .

۱ ـ ثابت کنید منحنی‌های این تابع که بازاء مقادیر مختلف m رسم میشوند همواره از سه نقطه ثابت که بر یك استقامتند میگذرند .

۲ ـ مقدار m را بقسمی تعیین نمائید که عرض مرکز ثقل منحنی تابع برابر $-\frac{47}{81}$ باشد .

۳ ـ جدول و منحنی (c) نمایش تغییرات تابع $y=-\frac{1}{3}(x^3+x^2-5x)$ را رسم کنید .

۴ ـ باکمك منحنی (c) ریشه‌های معادله $x^3+x^2-5x+3=0$ را تعیین نمائید

۵ ـ مساحت سطح محصور بین منحنی (c) و نیمساز ربع سوم را محاسبه نمائید .

۲۰۲۶ ـ تابع $y=\sin^2 2x\sin 4x$ مفروض است

۱ ـ مشتق این تابع را حساب کنید

۲ ـ تابع اولیه تابع y را تعیین نمائید .

۲۲۰۷ ـ این معادله را حل کنید :

$\cot gx-tgx=2\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$

دبیرستان خوارزمی (دبیر، چاوشیان)

۲۲۰۸ ـ درتابع $y=ax^2+bx+c$ ضرایب a و b و c را چنان معلوم کنید که دارای مینیمی بمختصات (۴ ـ و ۱ ـ) بوده ضریب زاویه خط مماس بر منحنی تابع در نقطه‌ای بطول صفر برابر ۳ شود .

۲۰۲۹ ـ جهت تغییرات و ماکزیمم و مینیمم جهت تقعر و نقطه عطف منحنی تابع $y=-x^3+3x-2$ را به دست آورید

۲۰۳۰ ـ از نقطه‌ای بطول ۲ واقع بر منحنی تابع سؤال دوم خطی برمنحنی مماس رسم شده است معادله خط مماس را بنویسید و همچنین نقاطی از تابع سؤال دوم بدست آورید که ضریب زاویهٔ خط مماس بر منحنی تابع در آن نقاط برابر ۹ ـ شود .

۲۰۳۱ ـ عبارات زیر را قابل محاسبه لگاریتمی نمائید.

$1+\sin a-\cos a$ و $3-4\cos^2 a$

۲۰۳۲ ـ معادلات مثلثاتی زیر را حل کرده جوابها را در فاصله صفر و 2π بدست آورید .

$2\cos^2 x+\cos x-1=0$

$\sin(x+\frac{\pi}{6})+\sin(2x-\frac{\pi}{6})=0$

۲۰۳۳ ـ از توابع زیر تابع اولیه بگیرید .

$y=\sqrt{3}\sin x-3\cos x+1$

$y=\frac{x^3-2x}{x^4}$

$y=-(x+2)(x-1)^2$

دبیرستان مرجان (دبیر، چاوشیان)

۲۰۳۴ ـ در تابع $y=-x^3+ax^2+bx+c$ ضرایب a و b و c را طوری بدست آورید که منحنی تابع محور عرضها را بعرض ۴ قطع کرده دارای می‌نیممی بطول ۲ − بوده بازاء $x=-1$ تغییر تقعر دهد .

۲۰۳۵ ـ منحنی نمایش تغییرات تابع $y=-x^3-3x^2+4$ را رسم کرده جهت تقعر و نقطهٔ عطف منحنی را بدست آورید

۲۰۳۶ ـ معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع $y=-x^3-3x^2+4$ را در نقطه‌ای بطول ۱ − بنویسید همچنین نقاطی از تابع بدست آورید که خط مماس در آن نقاط دارای ضرایب زاویه ۹ − شود

۲۰۳۷ ـ معادلات مثلثاتی زیر را حل کرده جوابها را در فاصله صفر و 2π بدست آورید

الف : $2\sin^2 x-\cos x-1=0$

ب : $3\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}$

۲۰۳۸ ـ مشتق توابع زیر را بدست آورید: فقط دستور مشتق را بکار ببرید و ساده نکنید .

الف : $y=\left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)^2\times\sqrt[7]{(x^2-4x)^3}$

ب : $y=6\cos^2\frac{2x}{3}+\frac{1}{4}\sin^2 2x+3tg^2\frac{2x}{3}+\frac{1}{9}\cot g 3x$

ب ـ فیزیک

دبیرستان آذر

۲۰۳۹ ـ گلوله‌ای را با سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه در امتداد سطح شیبداری که زاویه آن با افق ۳۰ درجه است بطرف بالا پرتاب میکنیم اصطکاک سطح ربع وزن گلوله است معین کنید تا چه مسافتی گلوله روی سطح بالا میرود $g=10\ \frac{m}{sec^2}$

۲۰۴۰ ـ گلوله کوچکی را روی سطح آب رها میکنیم پس از یك ثانیه ۹۸ سانتیمتر در آب فرو میرود در صورتیکه $g=980$ سانتیمتر بر مجذور ثانیه باشد وزن مخصوص گلوله را حساب کنید ، وزن مخصوص آب یك است .

۲۰۴۱ ـ قطر چرخهای یك اتوموبیل ۱٫۲ متر است و چرخ در هر دقیقه ۳۰۰ بار میچرخد . سرعت زاویه‌ای چرخ و سرعت حرکت اتوموبیل را حساب کنید . $\pi=3$

۲۰۴۲ ـ جرم وزنه‌های یك ماشین اتو دو بهمرقته ۴۹۰ گرم است . شتاب حرکت وزنه‌ها ۴۰ سانتیمتر بر مجذور ثانیه میباشد جرم هریك از وزنه‌ها را حساب کنید . شتاب ثقل ۹۸۰ سانتیمتر بر مجذور ثانیه است .

۲۰۴۳ ـ معادله حرکت یك جسم در دستگاه C.G.S بصورت $x=4\sin(40\pi t+\frac{\pi}{2})$ میباشد ، معین کنید : دامنه و فرکانس و پریود و ثابت حرکت را .

دبیرستان خوارزمی ۱

۲۰۴۴ ـ جسمی که بطور آزاد سقوط میکند موقع رسیدن برمین دارای سرعت ۳۹٫۲ متر بر ثانیه میشود ارتفاع محل سقوط وزمان سقوط را بیابید ثانیاً مسافت طی‌شده در ثانیه آخر را بدست آورید . ثالثاً جسم در انتهای مسیر خود وارد مایعی میشود که جرم مخصوص آن ۴ بار کمتر از جرم مخصوص جسم است معلوم کنید شتاب و معادله مسافت جسم را در مایع

۲۰۴۵ ـ جسمی بوزن ۵۰ کیلوگرم روی سطح شیبداری که زاویه آن با افق ۳۰ درجه است با سرعت ثابت ۸ متر بر ثانیه بالا می‌آید معلوم کنید نیروی اصطکاك بین سطح وجسم را ثانیاً جسم با این سرعت بسطح افقی میرسد اگر نیروی اصطکاك فرق نکرده باشد زمان حرکت و مسافت طی شده را در سطح افق بیابید

۲۰۴۶ ـ هواپیمائی با سرعت ۳۶۰ کیلومتر در ساعت در صفحه قائمی دورمیزند وزن خلبان ۷۰ کیلوگرم نیروست معلوم کنید اگر شعاع دوران نسبت بخلبان ۲۰۰ متر باشد سرعت زاویه‌ای وشتاب وارد بر خلبان را .

ثانیاً نیروی گریز از مرکز وارد برخلبان را بیابید . ثالثاً معلوم کنید چه نیروئی در بالاترین و پائین‌ترین نقطه مسیر از طرف خلبان برصندلی وارد میشود .

ج ـ شیمی

دبیرستان آذر

۲۰۴۷ ـ تعیین کنید اولا در ۱۰۰ cc اسید اگزالیك متبلور ($C_2O_4H_2,2H_2O$) بغلظت ۱۲٫۶ گرم در لیتر چه حجمی از سود سوزآور نرمال گرم در لیتر اضافه نمایند تا کاملا خنثی گردد . ثانیاً بهر واحد حجم از اسید اگزالیك فوق چه حجمی از آب مقطر اضافه کنند تا محلول $\frac{1}{20}$ ملکول گرم در لیتر حاصل شود .

۲۰۴۸ ـ از تجزیه شیمیائی ۱٫۲ گرم جسم آلی آزته ۰٫۸۸ گرم افزایش وزن برای لوله‌های پتاس و ۰٫۷۲ گرم افزایش وزن برای لوله‌های اسید سولفوریك نتیجه میشود . از طرف دیگر چون همین وزن ازجسم آلی را با آهك سوده تکلیس نمائیم و آنگاه گاز متصاعده را در ۱۰۰ cc محلول اسید سولفوریکی وارد کنیم بقیه اسید بکمك ۱۰ cc پتاس نرمال خنثی میشود .

درصورتیکه بدانیم قبل از آزمایش فوق همان ۱۰۰cc اسیدیکمک ۲۰۰cc سود باغلظت ۱۰ گرم درلیتر خنثی میشده است فرمول خام جسم آلی را بدست آورید و میدانیم که از انحلال ۰٫۲ گرم از جسم مذکور در ۱۰۰ گرم آب نزول نقطه انجماد ۰٫۳۷ درجه خواهد بود وضریب ثابت رائولت ۱۸۵۰ میباشد.

دبیرستان خوارزمی

۲۰۴۹ ـ بمر ۲۰ سانتیمتر مکعب جوهر ترشك اسید سولفوریك افزوده و بسلایمت حرارت میدهیم و آنگاه قطره قطره از یك محلول پرمنگنات پتاسیم بر آن میافزائیم مشاهده میکنیم که ۳۰ سانتیمتر مکعب پرمنگنات بیرنگ میشود.

درآزمایش دیگر ۱۰ سانتیمتر مکعب محلول جوهرترشك را اختیار و برآن در محاورت معرف سود نیم نرمال میریزیم ۱۲ سانتیمتر مکعب سود برای تغییر رنگ معرف بکار میبرد فرمول فعل و انفعالات را بنویسید وغلظت محلول پرمنگنات را حساب کنید .

۲۰۵۰ ـ یك جسم آلی ازت‌دار موجود است ۰٫۴۵ گرم آن را تجزیه میکنیم درنتیجه ۴۴۸ سانتیمتر مکعب گاز کربنیك و ۰٫۶۳ گرم آب بدست میآید از طرف دیگر از تجزیه ۰٫۹ گرم جسم ۰٫۲۲۴ لیتر گاز ازت در شرائط متعارفی میدهد فرمول جسم را بدست آورید درصورتیکه میدانیم چگالی بحالت بخار جسم نسبت بگاز کربنیك ۱٫۰۲ میباشد

چند گرم از این جسم را در ۱۰۰ گرم آب حل کنیم تا نزول نقطه انجماد برابر ۰٫۱۸۵ گردد در صورتیکه میدانیم ضریب ثابت رائولت برابر ۱۸۵۰ میباشد .

کلاس ششم ریاضی

الف ـ جبر

دبیرستان آذر

۲۰۵۱ ـ ثابت کنید که از نقطهٔ $M(۱\ ۳)$ دو قائم بر منحنی نمایش $x^۲-۴y^۲-۲x-۳=۰$ میتوان رسم کرد طولهای نقاط پای قائم را بدست آورید . و معادلات قائم را بنویسید .

۲۰۵۲ ـ مقدار a را در تابع $y=ax+\sqrt{x^۲-۲x}$ چنان پیدا کنید که در ازاء $x=-\infty$ برابر ۱ شود

ثانیاً مقدار تابع $y=x+\sqrt{x^۲-۲x+۳}$ را در ازاء $x=\mp\infty$ پیدا کنید

۲۰۵۳ ـ اولا مکان هندسی

$$A\left(x=\frac{(۱+t)^۲}{۱+t^۲}\ ,\ y=\frac{۳t^۲+۱}{t^۲+۱}\right)$$

را پیدا کنید

ثانیاً تعیین کنید که نقطهٔ $O'(۲\ ۱)$ مرکز تقارن منحنی نمایش $x^۲+y^۲-۲x-۴y+۴=۰$ است

۲۰۵۴ ـ سوی تغیر و مختصات نقطه عطف منحنی $y=\frac{x+۲}{(x+۱)^۲}$ را وقتیکه x از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر میکند پیدا کنید ومعادله خط مماس بر منحنی فوق رابطول $x=-۴$ بنویسید ونقطهٔ دیگر تلاقی این خط مماس را (در صورت وجود) با منحنی فوق بدست آورید

دبیرستان البرز

۲۰۵۵ ـ تابع ضمنی

$F(x\ y)=۳x^۲-۴xy+y^۲+۶x-۲y+۱=۰$

که در آن y تابع و x متغیر است مفروض میباشد ،

الف ـ مختصات مرکز تقارن منحنی نمایش این تابع را تعیین کنید

ب ـ معادلات مجانبهای این تابع را تعیین کنید

توضیح ـ برای تعیین معادلات مجانب ازدو تابع صریح $y=f(x)$ که از تابع ضمنی مزبور بدست میآید آنرا انتخاب کنید که علامت جلوی رادیکال مثبت باشد .

۲۰۵۶ ـ معادله درجه سوم پارامتری

$x^۳-mx-۲۰=۰$ مفروض است

الف ـ بازاء مقادیر مختلف پارامتر m در وجود و علامت ریشه‌های معادله مزبور بحث کنید

ب ـ بازاء $m=۱۱$ ریشه‌های این معادله را حساب کنید.

توضیح ـ روش جبری ازطریقهٔ کاردان ـ روش هندسی از طریقهٔ تبدیل به دو منحنی

۲۰۵۷ ـ مقدار حقیقی تابع زیر را وقتیکه $x\to+\infty$ محاسبه کنید

$$y=\sqrt[۱۲]{x}\times\frac{\sqrt[۴]{x+۱}-\sqrt[۴]{x}}{\sqrt[۳]{x+۱}-\sqrt[۳]{x}}$$

دبیرستان اندیشه (دبیر ، شهریاری)

۲۰۵۸ ـ در تابع $y=\frac{(a-۱)x+۸}{x^۲}+\frac{b}{۲(x-۱)^۲}$ مقادیر a و b را چنان پیدا کنید که ماکزیمم یا مینیمم آن بر نقطهٔ (۱ و ۲) منطبق شود . ثانیاً منحنی نمایش تغییرات تابع $y=\frac{۸}{x^۲}-\frac{۱}{(x-۱)^۲}$ را رسم کنید . ثالثاً جهت تقعر

منحنی تابعی را که رسم کرده‌اید پیدا کنید. رابطهٔ معادله $\frac{۸}{x^۲}-\frac{۱}{(x-۱)^۲}=۱$ را حل کنید.

۲۰۵۹ـ اولا دروجود و علامت طولهای نقاط تلاقی دو تابع زیر بحث کنید ودر حالتی که برهم مماس‌اند مختصات نقاط مشترك را پیدا کنید:

$$\begin{cases} y=x^۲-\frac{۳}{۲}x^۲-۶x+\frac{۵}{۲} & (c) \\ y=-\frac{۳}{۲}x^۲-۳x+m & (c') \end{cases}$$

ثانیاً بازاء $m=\frac{۱}{۲}$ منحنی نمایش دو تابع را رسم کنید و معادلهٔ مماس بر منحنی (c) را در نقطه‌ای که مرکز تقارن آنست پیدا کنید

دبیرستان خوارزمی ۱ (دبیر، شهریاری)

۲۰۶۰ـ تابع $f(x)=ax^۳+bx^۲+cx+d$ مفروض است.

مقادیر a و b و c و d را چنان پیدا کنید که نقطه I (۲ و ۰) نقطهٔ عطف منحنی نمایش آن باشد و مماس در نقطهٔ بطول ۱ از منحنی برخط $x-۲y=۰$ عمود شود و $f(x)$ بر $x-۲$ قابل قسمت باشد.

۲۰۶۱ ـ منحنی نمایش تغییرات دوتابع زیر را رسم کنید:

(c) $y=x^۳-۵x+۲$

(c') $y=۳x^۲-۷x+۲$

و سپس مختصات نقاط تلاقی آنها را پیدا کنید.

۲۰۶۲ـ اگر A(۲- و ۱)وB(۰ و ۲)وC(۲و۰)باشد مختصات رأس چهارم D ازمتوازی‌الاضلاع $ADBC$ رابدست آورید.

۲۰۶۳ـ اولادر وجود و علامت طولهای نقاط تلاقی‌خط $۲x+y=m$ با منحنی $y=x^۳-۵x+۲$ بحث کنید ودر حالتی‌که خط برمنحنی مماس است مختصات نقطهٔ تماس و نقطه تلاقی را بدست آورید.

ثانیاً m را چنان پیدا کنیدکه خط $۲x+y=m$ بر منحنی $y=۳x^۲-۷x+۲$ مماس باشد. در حالتی که خط منحنی را قطع میکند ثابت کنید مکان نقطه تلاقی روی خط $x=\frac{۵}{۶}$ قرار دارد.

آیا تمام خط $x=\frac{۵}{۶}$ جزومکان است؟ اگر جواب این سؤال منفی است حد مکان را معین کنید.

۲۰۶۴ ـ جهت تقعر منحنی نمایش تابع $y=x^۳-۵x+۲$ را بوسیله یك جدول نشان دهید.

دبیرستان خوارزمی ۲

۲۰۶۵ ـ m را چنان تعیین کنید تا یکی از ریشه‌های معادله $x^۲-۲(m+۱)x+۷m-۳=۰$ بین اعداد ۲- و ۱ قرار گیرد.

۲۰۶۶ ـ منحنی (c) بمعادله:

$y^۲-۲(x+۱)y+۷x-۳=۰$ مفروض است مختصات مرکز تقارن آنرا تعیین کنید

۲۰۶۷ ـ خط $y=۳x+a$ منحنی (c) را در ازاء بعضی مقادیر a در دو نقطهٔ AوB قطع میکند مطلوبست تعیین مکان هندسی وسط قطعه خط AB وقتی a تغییر کند

۲۰۶۸ ـ در نقطه بعرض ۲ واقع بر منحنی (c) قائمی بر آن رسم شده است معادلهٔ قائم را بنویسید.

۲۰۶۹ ـ جهت تغییرات تابع $y=x+۱+\sqrt{x^۲-۵x+۴}$ را تعیین کنید.

۲۰۷۰ ـ سوی تقعر و تحدب تابع $y=x+۱-\sqrt{x^۲-۵x+۴}$ را معلوم کنید.

۲۰۷۱ ـ در ازاء $x=\pm\infty$ مقدار تابع $y=x+۱\pm\sqrt{x^۲-۵x+۴}$ را حساب کنید.

۲۰۷۲ـ مقدار حقیقی کسر

$$y=\frac{\sin^۲(۲x-\frac{\pi}{۴})-\sin^۲(x-\frac{\pi}{۱۲})}{tg^۲(۳x-\frac{\pi}{۴})-\cot g^۲(x-\frac{۵\pi}{۱۲})}$$

را درازاء $x=\frac{\pi}{۶}$ حساب کنید.

دبیرستان درجان (دبیر، شهریاری)

۲۰۷۳ ـ اولا منحنی نمایش تغییرات توابع زیرا را رسم کنید:

(c) $y=۸x^۵-۱۰x^۳+۵x$

(c') $y=۳x^۳$

(d) $y=۳x$

ثانیاً مختصات نقاط‌مشترك (c) و (c') و (d) را بدست آورید.

ثالثاً توضیح دهیدکه چرا مراکز تقارن دو منحنی (c) و(c') بر هم منطبق‌اند.

۲۰۷۴ ـ از نقطهٔ A بطول ۱ واقع برمنحنی $y=۳x^۲$ خطی با ضریب زاویه m گذرانده‌ایم:

اولا m را چنان پیدا کنیدکه خط برمنحنی مماس باشد.

ثانیاً درحالتی‌که خط‌منحنی را در دو نقطه دیگرB وC

قطع میکند ، ثابت کنید مکان M وسط پاره خط BC نیم‌خطی است از خط $x+1=0$ ، مبداء این نیم خط رامعین کنید .

۲۰۷۵ ـ معادلات خطوط مماس را پیدا کنید که از مبداء مختصات بر منحنی . نمایش تابع :

$$y=x^5-10x^3+5x$$

رسم شده‌اند .

دبیرستان نظام وفا احواز (دبیر ، قوام نحوی)

۲۰۷۶ ـ اگر $a>b>c$ باشد از دو راه ثابت کنید معادله‌زیر همیشه داری دوریشه حقیقی است .

$$(x-a)^2(1+a^2)-(x-b)(x-c)=0$$

۲۰۷۷ ـ معادله زیر مفروض است :

$$(m^2-m-6)x^2-2(m^2-1)x+m^2+m=0$$

اولا بازاء چه مقادیر m طرف اول معادله فوق بازاء جمیع مقادیر x منفی است .

ثانیاً بازاءچه مقادیر m اعداد صفر ویك‌بین ریشه‌های این معادله واقعند .

ثالثاً بازاء چه مقادیر m فقطیکریشهٔ معادله بین‌صفر و یك واقع است .

۲۰۷۸ـ عبارت های زیر را حساب کنید

$$x=1 \text{ بازاء } \frac{\sqrt[5]{x+7}-\sqrt[5]{5-x^2}}{x^2-\sqrt{4x^5-3}} \quad \text{و}$$

$$x=\pm\infty \text{ بازاء } \sqrt{x^3+5x^2}-\sqrt{x^3+8x}$$

$$x=0 \text{ بازاء } \frac{x\sin x}{1-\cos x} \quad \text{و}$$

$$x\to+\infty \text{ بازاء } x+1+\sqrt{x^2+x-2}$$

۲۰۷۹ ـ تابع $y=\dfrac{ax^2+b}{x^2-4x+b}$ مفروض است

اولا a و b را طوری‌بگیرید که‌نقطه $M\left(-2 \text{ و } \frac{1}{2}\right)$ نقطهٔ می‌نیمم منحنی این تابع باشد

ثانیاً منحنی تابع $y=\dfrac{x^2+4}{x^2-4x+4}$ را رسم کنید

ثالثاً خط $y=m$ منحنی مرسوم را در نقاط M و N قطع می‌کند m را طوری بگیرید که $MN=1$ باشد

۲۰۸۰ـ تابع $y=x^2+3mx+m^2-m$ مفروض است اولا m را طوری بگیرید که جواب مشتق جواب تابع نیز باشد

ثانیا منحنی توابع زیر را رسم کنید

$$y=x^3 \quad \text{و} \quad y=(x-1)^2(x+2)$$

ب ـ مثلثات

دبیرستان البرز

۲۰۸۱ـ ثابت کنید :

$$\cos\frac{\pi}{17}+\cos\frac{3\pi}{17}+\cos\frac{5\pi}{17}+\cdots\cdots+\cos\frac{15\pi}{17}=-\frac{1}{2}$$

۲۰۸۲ ـ اگر $a\sin x\sin y+b\cos x\cos y=0$ باشد

ثابت‌کنید عبارت زیر به x و y بستگی‌ندارد

$$A=\frac{1}{a\sin^2 x+b\cos^2 x}+\frac{1}{a\sin^2 y+b\cos^2 y}$$

۲۰۸۳ ـ از رابطه $\sin x=\dfrac{\sin a+\sin b}{1+\sin a\sin b}$ رابطه زیر را نتیجه بگیرید :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)=\pm\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{a}{2}\right)\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{b}{2}\right)$$

۲۰۸۴ ـ مطلوبست حل وبحث معادله زیر :

$$4\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)(\sin x+\sin 2x+m)\cos 3x$$

$$\frac{5\pi}{12}<x<\frac{3\pi}{4}$$

۲۰۸۵ ـ ایندستگاه را حل‌کنید :

$$\begin{cases}\dfrac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{cotg}y}+\dfrac{\operatorname{tg}y}{\operatorname{cotg}x}+\sqrt{\dfrac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{cotg}y}}+\sqrt{\dfrac{\operatorname{tg}y}{\operatorname{cotg}x}}=4\\ \sin 2x+\sin 2y=2\end{cases}$$

دبیرستان خوارزمی ۱ (دبیر ـ قیصری)

۲۰۸۶ـ اولا m را چنان معین کنیدکه در معادله $\sin^2 x+\sin 2x=m$ داشته باشیم $x'+\operatorname{Arctg}\frac{1}{2}=\frac{\pi}{2}+x''$ (x' و x'' ریشه‌های معادله فوق هستند) ثانیاً بازای $m=1$ معادله فوقرا حل‌کنید

۲۰۸۷ـ اولا ثابت‌کنید بازاء همه مقادیر m (باستثنای $m=0$)معادله زیریك ریشه بین 0 و $\frac{\pi}{4}$ دارد . ثانیاً بازای $m=0$ معادله را حل کنید .

$$(1+3m)\sin 2x+\cos 2x=2m+1$$

۲۰۸۸ـ اولابازای چه مقادیری از a معادله زیر جواب دارد. ثانیاً بازای $a=1$ معادله را حل کنید

$(a+1))\sin x-\cos x+\sin 2x)^2$

$-3(\sin x-\cos x+\sin 2x)+a=0$

۲۰۸۹ـ دستگاه دو معادله دومجهولی زیر راحل کنید

$$\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ tg2x+tgy=1 \end{cases}$$

۲۰۹۰ـ عبارت زیر را بدون استفاده از جدول لگاریتم بحاصلضرب تبدیل کنید

$$\sin\frac{\pi}{9}+\sin\frac{2\pi}{9}+2\sin\frac{4\pi}{9}+\sqrt{3}$$

۲۰۹۱ـ مطلوبست حل معادله زیر

$$\sin(x+a)+\sin(a+b)+\sin(2x-c)+\sin(a+b+c)=0$$

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر ، قصری)

۲۰۹۲ـ مطلوبست حل معادله

$$4\sin^2 x-2\sin 2x=3-\sqrt{3}$$

۲۰۹۳ـ دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر راحل کنید

$$\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ tgx+tgy=2(\sqrt{2}-1) \end{cases}$$

۲۰۹۴ـ عبارت

$\sin(a+b)+\sin(b+c)+\sin(a-c)$ را بحاصلضرب تبدیل کنید

۲۰۹۵ـ معادلهٔ $tg^2x-(2a+1)tgx+2a=0$

مفروض‌است مطلوبست تعیین a برای آنکه

$x_1+x_2+x_3+x_4+\dots x_{2n}x_1)$ باشد $\frac{5\pi}{2}+2\text{Arc}tg2=$

ریشه های معادله هستند)

۲۰۹۶ـ اولا بـر حسب مقادیر مختلف a در وجـود ریشه‌های معادله

$(\sin x+\cos x+1)^2-(a+1)(\sin x+\cos x+1)+a=0$

بحث کنید ثانیاً بازاء $a=\frac{5}{2}$ معادله را حل کنید

دبیرستان مرجان (دبیر ، چاوشیان)

۲۰۹۷ـ عبارت $4\cot g2a-\frac{\sqrt{3}}{\cos a}-\frac{1}{\sin a}$ را قابل محاسبهٔ لگاریتمی نمائید .

۲۰۹۸ـ دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی

$$\begin{cases} x-y=\frac{2\pi}{3} \\ \sin x+\sin y=m \end{cases}$$

را حل و بحث کنید وبازاء $m-1$ جوابهای دستگاه را بدست آورید .

۲۰۹۹ـ معادلهٔ

$2+4\sin^2 x\cos x-4\sin x\cos^2 x-4\sin x\cos x-\sin x+\cos x=0$

مفروض است

الف : معادلهٔ مفروض بمعادلات کلاسیك نوع اول و چهارم تبدیل کنید .

ب : معادلهٔ

$(\sin x-\cos x)(2\sin x-2\cos x+4\sin x\cos x-1)=0$

راحل کنید

۲۱۰۰ـ معادلهٔ

$(2m+5)\sin^2 x-(m-2)\sin x\cos x-2\cos^2 x=2(m+1)$ مفروض است .

الف : مطلوبست مقدار m تا تفاضل ریشه‌های معادله $\frac{\pi}{2}$ شود $(x'-x''=\frac{\pi}{2})$

ب : m را چنان معلوم‌کنید تا مجموع ریشه‌های‌معادله $\frac{3\pi}{4}$ گردد $(x'+x''=\frac{4\pi}{4})$

ج : جدود m را چنان تعیین کنید تاریشه‌های معادله‌بین $-\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{4}$ قرار گیرند

ج ـ حساب استدلالی

دبیرستان آذر :

۲۱۰۱ـ ثابت کنید اگر اعداد a و b و c مضربی از سه نباشند مجموع مربعات آنها همواره بر۳ قابل بخش است

۲۱۰۲ـ ثابت کنید اعداد شش رقمی بصورت $N=\overline{xyzabc}$ که در آن $x=2a$ و $y=2b$ و $z=2c$ باشند همواره بر اعداد ۲۳ و۲۹ قابل بخش هستند .

۲۱۰۳ـ ثابت کنید عدد $2^{n+1}-36^{n}+172^{n}$ همواره بر ۳۴ قابل بخش است

۲۱۰۴ـ مطلوبست تعیین ارقام x و y و z بطوریکه $(\overline{xyz})_9\times(126)_7=(224243)_6$ داشته باشیم

۲۱۰۵ـ عددی سه رقمی مفروض است آنرا بامعکوسش

جمع نموده‌ایم حاصل جمع عددی است دارای چهاررقم‌متساوی اولا ـ این حاصل جمع چه عددی میتواند باشد ثانیاً ثابت کنید رقم دهگان عدد مفروض صفر است . ثالثاً ـ درصورتیکه رقم صدگان عدد مفروض ۵ واحدبزرگتر از رقم یکان باشد . عدد را بدست‌آورید

دبیرستان البرز

۳۱۰۶ـ در تقسیم عدد ۷۵۴۲۲ برعددی باقیمانده‌های جزءبه‌ترتیب ۳۳۱ و۳۵۲ و ۱۳۸ هستند مطلوبست تعیین‌مقسوم علیه وخارج قسمت

۳۱۰۷ـ عددی در مبنای ۷ بصورت $N=\overline{aa}$ و مجذور آن در همان مبنی به صورت $N^2=\overline{bbbb}$ است تعیین کنید ارقام a و b وعدد N را در مبنای اعشاری

۳۱۰۸ـ مطلوبست تعیین عددی چهار رقمی بطوریکه مجموع ارقام‌آن برابر ۱۱ و باقیمانده‌های تقسیم آن بر ۸ و ۱۱ و۲۵ بترتیب برای ۷ و ۱ و ۱۸ باشند

۳۱۰۹ـ ثابت کنید اگرعدد N بر سه‌وبر ۵ قابل‌قسمت نباشد :

$A=N^4-N^2-N^2+1$ برسه و بر ۵ قابل قسمت است

۳۱۱۰ـ عدد صحیح A رابقسمی تعیین کنید که عدد A^2-32A مجذورکامل باشد .

دبیرستان اندیشه (دبیر شهریاری)

۳۱۱۱ـ بازاء چه مقدار m معادله زیر دارای‌ریشه‌های صحیح است :

$$x^2-(m+2)x+2(m-3)=0$$

۳۱۱۲ـ در تابع $xy-2x-y=1$ مختصات نقاط با مختصات صحیح ومثبت منحنی را پیداکنید .

۳۱۱۳ـ ثابت کنیدکه عدد $\overline{abcabc}$ بر۷ و ۱۱ و ۱۳ قابل قسمت است .

۳۱۱۴ـ عدد۴۸۱ را درچه‌عددی‌ضرب کنیم تاحاصلضرب فقط از رقمهای ۶ تشکیل شده باشد .

۳۱۱۵ـ اعداد A و B بصورت زیرداده شده :

$$\begin{cases} A=3a+4b+2 \\ B=7a-2b-1 \end{cases}$$

ثابت کنید اگر یکی از دوعدد A و B بر ۱۷ قابل قسمت باشد ، دیگری نیز قابل قسمت خواهد بود .

دبیرستان خوارزمی ، (دبیر باقر امامی)

۳۱۱۶ـ مطلوبست حل معادله $(\overline{ab\,ab})_{\overline{ab}}=2030$

۳۱۱۷ـ مطلوبست حل معادله :

$$x^2+2x=143+4m^2$$

۳۱۱۸ـ حاصلضرب $(324)_a \times (5142)_a$ درمبنای a باچند رقم نوشته میشود .

۳۱۱۹ـ سن پدری ۳۲ سال و سن پسرش ۵ سال است پس از چند سال سن پدر چهار برابر سن پسر میشود .

۳۱۲۰ـ حاصلضرب دو عدد۴۳ و $\overline{7a6}$ درمبنای‌مجهولی بصورت $\overline{bc612}$ نوشته شده است مبنا ورقمهای مجهول را پیداکنید .

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر باقر امامی)

۳۱۲۱ـ عدد $(4161a)_8$ را برعدد $(756)_8$ در مبنای ۸ تقسیم و a را چنان تعیین کنید که باقیمانده تقسیم برابر صفر گردد .

۳۱۲۲ـ حاصلضرب $(\overline{abc})_7 \times (\overline{defg})_7$ دردستگاه‌شمار به مبنای ۷ با چند رقم نوشته می‌شود

۳۱۲۳ـ مطلوبست حل معادلهٔ

$$x^2-4m^2+11m=153$$

۳۱۲۴ـ ریشه چهارم عدد $(146641)_8$ را پیداکنید

۳۱۲۵ـ مطلوبست حل معادلهٔ $(\overline{aabb})_{ab}=1898$

دبیرستان فرهنگ اهواز (دبیر قوام نحوی)

۳۱۲۶ـ عددی را در دو مبنا که یکی‌مربع دیگری‌است نوشتیم بفرم اعداد ۵۵۶ و ۱۲۱۲۲۰ در آمد پیداکنید مبناها و عدد مزبور را در مبنای ۱۰

۳۱۲۷ـ ثابت کنید عدد ۱۵۷۳ در هرمبنائی بر ۱۳ و ۱۱ بخش‌پذیر است ـ آیا مبنا چه شرطی باید داشته باشد

۳۱۲۸ـ عدد ۱۴۳ را در ۱۲ بمبنای مجهولی ضرب کردیم جواب ۱۷۳۶ شد پیداکنید مبنا را

۳۱۲۹ـ ثابت کنیدبرای‌آنکه عدد نه‌رقمی $\overline{abcdefghk}$ بر ۳۷ و ۲۷ بخش‌پذیر باشد باید $\overline{abc}+\overline{def}+\overline{ghk}$ بر ۲۷ و ۳۷ بخش‌پذیر باشد و این مسئله را بطورکلی برای یك عدد n رقمی نیز ثابت کنید

۳۱۳۰ـ باقیمانده‌تقسیم‌حاصلضرب: $553^{64} \times 557^{128}$ را بر ۱۵ پیداکنید

۳۱۳۱ـ عدد $\overline{6xy1z}$ مفروض‌است‌بجای x و y و z ارقامی بگذارید تا این عدد بر ۵ و ۹ و ۱۱ بخش‌پذیرباشد .

۳۱۳۲ـ ثابت کنید عدد $3^{3n+2}+4^{3n'+2}$ همیشه بر ۷ بخش پذیر است (n عددی است فرد و n' عدد غیرمشخص است)

۳۱۳۳ـ مجموع‌ارقام یك عدد چهاررقمی را از خودش کم کردیم ۱۳۳۲ بدست‌آمد پیداکنید آن عدد را (مسئله چند جواب دارد)

دبیرستان مرجان (دبیر باقر امامی)

۲۱۳۴ ـ مطلوبست حل معادله $\overline{aax}=(۵۵۶)x$

۲۱۳۵ ـ مطلوبست تعیین دو عدد که تفاضل مربعات آنها برابر ۱۴۴ باشد

۲۱۳۶ ـ عدد ۸ رقمی مبنای ۸ در مبنای ۲ چند رقم ممکن است داشته باشد

۲۱۳۷ ـ حاصلضرب یك عدد ۸ رقمی در ۴۵ در ارقام ۵ تشکیل یافته است این عدد را پیدا کنید .

۲۱۳۸ ـ ارقام نزولی $abcd$ و $dcba$ مفروض هستند ثابت کنید مجموع ارقام تفاضل $\overline{abcd}-\overline{dcba}$ مقدار ثابتی است این مقدار ثابت را حساب کنید .

دبیرستان ناصرخسرو (دبیر : رجبی ـ فرستنده : غفوری)

۲۱۳۹ ـ ثابت کنید عدد $A=n^۷-n$ به ازاء جمیع مقادیر صحیح و مثبت n بر ۷ قابل قسمت است .

۲۱۴۰ ـ باقیماندهٔ تقسیم عدد $\overline{aaa}(۴۶۱)$ را بر عدد ۲۳ معلوم کنید

۲۱۴۱ ـ بزرگترین بخشیاب مشترك دو عدد ۶۰ و حاصل جمع آن دو عدد ۳۰۰ است ، مطلوب است تعیین آن دو عدد

۲۱۴۲ ـ عدد اول p و عدد a را درنظر میگیریم. ثابت کنید باقیماندهٔ تقسیم عدد $A=a^{p-۱}$ بر p یا صفر و یا واحد است

ه ـ مسائل هندسه و مخروطات

دبیرستان البرز

۲۱۴۳ ـ سه نقطهٔ $O_۱O_۲O_۳$ مفروض‌اند ، سه دایره رسم کنید که مرکز آنها این نقاط بوده و دو به دو برهم عمود باشند

و ـ هندسهٔ رقومی و ترسیمی

دبیرستان البرز

۲۱۴۴ ـ مقیاس شیب صفحه P راکه با افق زاویه ۶۰ درجه میسازد درکنار سمت چپ کاغذ رسم کنید بطوریکه افقیه رقوم صفحه ازمرکز کاغذ بگذرد و ترقی رقوم ازپائین ببالا باشد

۱ـ از نقطهٔ $a_۲$ واقع در این صفحه که روی محور اطول کاغذ واقع است خط $a_۲b$ به شیب $\frac{۲}{۳}$ را رسم کنید

۲ـ $a_۲b_۴$ ضلع شش‌ضلعی‌های منتظمی است که درصفحه P واقعند ملخص هر دو را رسم کنید

۲۱۴۵ ـ دوصفحه P و Q به‌شیب‌های $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ مفروضند صفحه P' قرینه صفحه P را نسبت به صفحه Q پیدا کرده و مقیاس شیب آنرا رسم کنید

۲۱۴۶ ـ افقیه $H_۳$ و خط $a_۲b_۵$ که امتدادش بر $H_۳$ عمود است مفروض‌اند عمود مشترك آنها را رسم کنید .

۲۱۴۷ ـ $a_۲b_۵$ یك ضلع مربعی است که قطر AC آن افقی است ملخص آنرا رسم کنید

۲۱۴۸ ـ ازنقطهٔ $a_۲$ صفحه به شیب $\frac{۱}{۳}$ رسم کنید که بر صفحه مفروض P عمود باشد

۲۱۴۹ ـ صفحه P بشیب $\frac{۱}{۲}$ و نقاط $b_۵$ و $a_۲$ خارج صفحه مفروضند مطلوبست تعیین نقطه M که در صفحه P واقع بوده و فاصله‌اش از نقاط A و B ترتیب ۳ و ۴ باشد

دبیرستان پهلوی اراك (دبیر ، نشوادیان ـ فرستنده ، اصغر بنائی)

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید : محل تلاقی آنها O مرکز کاغذ ، واحد سانتیمتر و مقیاس $\frac{۱}{۱}$ است .

۲۱۵۰ ـ ۱ـ دو نقطه $a_۲$ و $c_۲$ را روی محور اقصر طرفین مرکز کاغذ تعیین کنید بنا برآنکه a طرف چپ مرکز و بفاصله ۳ از آن قرار داشته و $ac=۹$ باشد سپس نقطه $b_۵$ را بیابید بقسمی که b بالای محور اقصر و شیب AB مساوی $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ و ab با محور اقصر زاویه ۴۵° ساخته از چپ براست ممتد باشد .

۲ ـ ثابت کنید مثلث ABC درراس B قائم‌الزاویه است

۳ ـ ملخص راس D از مثلث ABCD را بیابید .

۴ ـ ملخص مکعب مستطیل ABCDEFGH راکه ABCD قاعدهٔ تحتانی آنست بدست آورید بنا برآنکه طول یال $AE=۸\sqrt{۲}$ باشد

۵ ـ خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید .

۶ ـ عمود مشترك یال FB و خط AC و طول حقیقی اقصر فاصله از خط را بدست آورید

۷ ـ مقطع مکعب را با صفحهٔ افقی رقوم ۵ بدست آورید.

دبیرستان خوارزمی ۱ (دبیر ، مهندس خوئی)

۲۱۵۱ ـ محور اقصر کاغذ افقی و محور اطول را قائم اختیار نموده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ اختیار نمائید

۱ـ نقطه $m_۲$ بفاصله ۲ سمت چپ و $n_۲$ بفاصله ۵ سمت راست محور قائم کاغذ بقسمی مفروض است که mn موازی محور اقصر و بفاصله ۲ بالای آن قراردارد این افقیه را رسم

نمائید. نقطه a_2 بفاصلهٔ ۶ بالای محوراقصر و نقطه c_2 بفاصله ۲ زیر محور اقصر بقسمی داده شده که ac موازی محور قائم و بفاصله ۲ سمت راست آن قرار دارد. اساس و شیب خط a_2c_2 را محاسبه وطول حقیقی قطعه خط AC را بدست آورید

۲ ـ قطعه خط a_2c_2 ضلع مثلث قائم‌الزاویه ABC بوده که در زاویه $\hat{C}$ قائمه است و تصویر B سمت راست C واقع ودرقوم آن برابر۹ میباشد شیب خط CB برابر $p=\frac{\sqrt{3}}{3}$ منظور شده است. مثلث مزبور را رسم نموده بر روی آن متوازی‌الاضلاعی بناکنیدکه AC قطرش بوده باشد

۳ـ بر خط m_2c_2 صفحه‌ای مانند P مرور دهیدکه با صفحه افق تصویر زاویه ۶۰ درجه بسازد و مقیاس شیب آن از چپ براست و از پائین ببالا ممتد باشد

۴ ـ متولدی‌الاضلاع فوق‌الذکر قاعدهٔ متوازی‌السطوحی است که خط‌الرأس CG آن بر CB عمود بوده ودر صفحه P واقع است و رقوم G برابر ۱۶ میباشد. متوازی‌السطوح را رسم و آنرا مرئی و مخفی نمائید

۵ ـ عمود مشترك قطعه خط AC و قطعه خط MN را روی شکل رسم نمائید

۶ ـ مقطع متوازی‌السطوح فوق‌الذکر را با صفحه‌افقی رقوم ۸٫۵ تعیین نموده وآنرا نسبت بجسم مرئی و مخفی‌نمائید

۲۱۵۲ ـ بر روی خط d'd موازی نیمساز دوم نقطه‌ای تعیین نمائیدکه بعدش دوبرابر ارتفاعش باشد.

۲۱۵۳ ـ خطی افقیه بقسمی رسم‌کنیدکه یك خط قائم و یك خط منتصب مفروض را قطع نموده و بر نیمرخ a'b'ba متکی باشد

۲۱۵۴ ـ ازنقطه a'a ببعد ۵ وارتفاع ۳ خطی رسم‌کنید که موازی صفحه نیمساز فرجه دوم بوده و با صفحه افق تصویر زاویه ۴۲ درجه بسازد.

۲۱۵۵ ـ قطعه خط a'b'ba که موازی نیمسازاول‌است ضلع مستطیلی است که $BC=\frac{3}{2}AB$ بوده و افقیه است ملخص تصاویر مستطیل را رسم نمائید.

دبیرستان خوارزمی ۲ ـ (دبیر ، مهندس خوئی)

۲۱۵۶ ـ محور اقصر کاغذ افقی و محور اطول را قائم و محل تلاقی دو محور را مرکز کاغذ انتخاب نموده واحد سانتیمتر و مقیاس را ۱:۱ انتخاب نمائید.

۱ ـ نقطهٔ a_{12} بفاصله ۲ بالای محور اقصر و بفاصله یك سمت چپ محور قائم کاغذ واقع‌است ازاین نقطه صفحه‌ای مانند P بقسمی مرور دهیدکه با صفحه افق تصویر زاویه ۶۰ درجه بسازد و تصویر افقیه‌های آن با امتداد محور اقصر کاغذ زاویه ۳۰ درجه تشکیل دهد بزرگترین شیب این‌صفحه راکه ازراست بچپ و از پائین ببالا ممتد و رقومش در همین جهت افزایش میابد در سمت چپ کاغذ رسم نمائید

۲ـ از نقطه a_{12} در صفحه P خطی مانند AB بقسمی رسم‌کنیدکه شیب آن $p=\frac{1}{2}$ بوده تصویر B سمت چپ نقطه a واقع و رقومش برابر ۹ باشد.

۳ـ زاویه قائمه $\hat{BAE}$ که درراس A قائمه است بقسمی رسم نمائیدکه تصویر ضلع AE با محور قائم کاغذ موازی بوده و رقوم نقطه E برابر ۵ باشد.

۴ ـ قطعه خط AB ضلع مربعی است که قطر BD آن افقی بوده و تصویر D سمت راست محور قائم واقع و به محور اقصر نزدیکتر میباشد ملخص مربع ABCD را رسم نمائید

۵ ـ مربع ABCD قاعده‌فوقانی‌متوازی‌السطوحی‌است که یال جانبی آن قطعه خط AE فوق‌الذکر میباشد ملخص متوازی‌السطوح را رسم نموده و بفرض آنکه صفحه افق تصویر حاکی ماوراء باشد خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید.

۶ـ مقطع متوازی‌السطوح را با صفحه قائمی‌که اثرش بر روی صفحه مقایسه همان خط فصل مشترك قاعده تحتانی متوازی‌السطوح با صفحه افق تصویر میباشد یافته وبزرگی‌مقطع را با تسطیح‌آن درست پائین کاغذ نشان دهید

۷ـ اندازهٔ زاویه حقیقی سطحه فرجه نظیر صفحه P و صفحه ABCD را روی شکل مشخص نمائید

۲۱۵۷ ـ برروی خط نیمرخ مفروض a'b'ba نقطه‌ای تعیین‌کنیدکه نسبت بعد به‌ارتفاعش برابر $\frac{3}{2}$ باشد

۲۱۵۸ ـ جبهه‌ای رسم‌کنیدکه قائم ومنتصب مفروضی را قطع نموده و با صفحه افق تصویر زاویه ۲۵ درجه بسازد

۲۱۵۹ ـ از نقطه a'a ببعد ۳واقع‌در صفحه نیمسازفرجه اول خط AB را بقسمی‌مرور دهیدکه ab با خط‌الارض زاویه ۴۰ درجه ساخته و AB با صفحه افق تصویر زاویه ۳۵ درجه تشکیل دهد (فقط یك جواب رسم شود)

۲۱۶۰ ـ ازنقطه a'a ببعد ۳ و ارتفاع ۱ نیمرخی رسم کنیدکه فاصله‌اش از خط‌الارض برابر ۲٫۵ باشد.

دبیرستان شرف (دبیر ، مهندس خولی ـ فرستنده ـ فرامرز رهبر)

۳۱۶۱ـ واحد سانتیمتر . مقیاس ۱:۱ محور اقصر کاغذ افقی ومحور اطول راقائم انتخاب نموده محل تلاقی آن‌ها را مرکز اختیار کنید .

۱ـ نقطه c_1 که تصویرش بفاصله ٤ سمت راست محور قائم کاغذ وبفاصله ۳ زیر محور اقصر دادەشده مفروض است ازاین نقطه صفحه‌ای مرورددهید که باصفحه افق تصویر زاویه ٤٥ درجه بسازد واثر افقی آن باامتداد محور اقصر کاغذ زاویه ۳۰ درجه بسازد مقیاس شیب صفحه راکه از چپ براست و از پائین ببالا ممتد و در همین جهت نیز رقومش افزایش می‌یابد در سمت راست کاغذ رسم کنید . از نقطه c_1 در این صفحه خطی رسم کنیدکه شیب آن $p=\frac{1}{2}$ بوده و در روی آن نقطه a_0 را که تصویرش سمت چپ محور قائم قرار دارد انتخاب نمائید .

۲ ـ AC قطر مربعی است‌که ضلع AD آن افقیه بوده و d بالای محور اقصر واقع میشود ملخص مربع را رسم کنید

۳ـ از نقطه O مرکز مربع فوق خطی رسم کنید که تصویرش بر محور قائم کاغذمنطبق بوده ونسبت بخط CD عمود باشد وبرروی‌آن نقطه B_{17} را انتخاب نمائید .

٤ـ تصویر هرم sabcd را بارسم خط الراس‌های آن کامل نموده و رقوم رأس‌آن را بنویسید .

٥ ـ صفحه‌ای به‌موازات‌صفحه مربع ABCD و بفاصله ۷و۷ درسمت بالای‌آن رسم نمائید وبزرگترین شیب‌آن‌را نشان دهید .

٦ـ مقطع هرم SABCD را باصفحه مزبور تعیین کنید

۷ـ هرم ناقصی‌راکه بین صفحه و مربع ABCD قرار دارد مشخص نموده وآن را مرئی ومخفی نمائید

۸ـ زاویه حقیقی‌بین خط واصل بین مراکزقاعدتین‌هرم ناقص را باصفحه مربع ABCD روی شکل مشخص کنید .

۳۱۶۲ـ فاصله نقطه A از خط الارض ٥ و مجموع بعد و ارتفاع آن ۷ میباشد ملخص نقطه را رسم‌کنید مسئله چند جواب دارد (در ربع اول)

۳۱۶۳ ـ خط مواجهی‌رسم نمائیدکه فاصله‌اش از صفحه قائم تصویر ۲و٥ بوده و از خط‌الارض بفاصله ٥ قرار گیرد . (ملخص شکل را در ربع‌اول رسم کنید)

۳۱۶۴ ـ قطعه خط aba'b' موازی صفحه نیمساز دوم وترمثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی‌است‌که یك ضلعش‌خط‌افقی است‌ملخص تصاویر مثلث را رسم نمائید

۳۱۶۵ ـ برروی خط‌الارض نقطه‌ای تعیین‌کنیدکه فاصله حقیقی آن از نقطه مفروض aa' برابر ۷ باشد

دبیرستان مرجان (دبیر ، مهندس خولی)

۳۱۵۶ ـ عدد اقصر کاغذ را افقی و محور اطول راقائم و محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ اختیارکرده واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ فرض نمائید

۱ـ صفحه P با صفحه افق‌تصویر زاویه $\alpha=45$ درجه میسازد و تصویر افقیه‌های آن موازی محور اقصر کاغذ بوده و رقوم خط بزرگترین شیب‌آن در محاذات محور اقصربرابر ۸ و جهت ترقی رقوم‌آن ازپائین ببالا در نظر گرفته شده است ملخص مقیاس شیب‌صفحه P را در سمت چپ کاغذرسم نمائید .

۲ـ قطعه خط AB واقع در صفحه P با صفحه مقایسه زاویه $\alpha=\mathrm{Arc}tg\frac{3}{4}$ میسازد و تصویر نقطه B برمرکز کاغذ منطبق و رقوم نقطه A برابر ٥ میباشد وتصویر آن سمت چپ نقطه b واقع شده است ملخص خط AB را رسم نمائید

۳ـ مربع مستطیل ABCD را در صفحه P بر روی قطعه خط AB بقسمی رسم‌کنیدکه قطر AC آن افقیه بوده و حروف رؤس در تصویر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت قرارگیرد

٤ ـ مستطیل ABCD قاعده هرمی‌است برأس S بقسمی که تصویر خط‌الراس SB با محور قائم کاغذ زاویه ۱٥ درجه میسازد و زاویه SBA در فضا برابر ۹۰ درجه بوده و S در صفحه مقایسه واقع و تصویرش سمت راست محورقائم کاغذ واقع شده است‌ملخص هرم مزبور رارسم وبفرض‌آنکه جسم‌کدر فرض شود آنرا مرئی و مخفی نمائید .

٥ ـ مقطع هرم فوق‌الذکر را با صفحه افقی رقوم چهار یافته و آنرا نسبت بجسم مرئی و مخفی کنید

٦ـ اندازه حقیقی زاویه $\overset{\wedge}{ASC}$ را با تسطیح‌آن درسمت پائین کاغذ روی شکل مشخص نمائید

۳۱۶۷ ـ ازنقطه مفروض aa' ببعد و ارتفاع ۲ خطی موازی صفحه نیمساز فرجه اول بقسمی رسم نمائید که بر خط قائم مفروضی متکی باشد .

۳۱۶۸ ـ فصل مشترك خط dd' راکه با صفحه نیمساز فرجه دوم موازی است باصفحه نیمساز اول تعیین نمائید

۳۱۶۹ ـ نیمرخ aba'b' مفروض است از نقطه aa' نیمرخ aca'c' را بقسمی رسم نمائید که دوخط AB و AC برهم عمود باشند .

۲۱۷۰ ـ قطعه خط $ab'ab'$ موازی نیمساز دوم وضلع $\hat{A}$ زاویه قائمه ABC میباشد که ضلع دیگرش خط‌جبهه می‌باشد ملخص‌زاویه را رسم نمائید و بر روی آن مثلث قائم الزاویه ومتساوی‌الساقینی‌بنا کنید که ساق آن برابر AB باشد .

دبیرستان ناصر خسرو (دبیر رجبی ـ فرستنده ، غفوری)

۲۱۷۱ ـ واحد سانتیمتر، مقیاس‌یك بریك ، محورهای اطول واقصر کاغذ را رسم کنید ونقطهٔ a_0 را مرکز کاغذبگیرید

۱ـ از a_0 پاره خط a_0b_1 راطوری رسم کنید که‌تصویرش روی محور اقصر و سمت چپ مرکز و شیب‌آن برابر ۱ باشد

۲ـ ملخص a_0c_2 راطوری‌تعیین کنید که‌تصویرش‌روی‌نیمساز زاویهٔ چهارم‌بوده، وزاویهٔ BAC قائمه‌باشد

۳ـ ملخص متوازی الاضلاعی‌را نشان دهید که‌یك‌قطر آن BC وقطر دیگرآن AD باشد

٤ـ از نقطهٔ a_0 افقیهٔ AE که برابر با اندازهٔ BC است رسم شده ، ملخص‌آن را نشان دهید درصورتیکه تصویر AE روی محور اطول وفوق مرکز باشد

۵ـ ملخص منشوری را نشان دهیدکه قاعده‌اش‌متوازی ـ الاضلاع فوق و یك یال آن AE باشد . منشور را مرئی و مخفی کنید .

٦ـ سطح‌کل منشوررا تا ۰٫۱ تقریب محاسبه‌کنید .

۷ـ برقطر BD صفحه‌ای مرور دهیدکه از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۳ باشد . نقطهٔ A زیرصفحه φ قرار دارد . مقطع‌صفحهٔ φ را با منشور معلوم کنید.

ز ـ مکانیك

دبیرستان خوارزمی

۲۱۷۲ ـ متحرکی از حال سکون شروع بحرکت کرده وپس از طی x متر سرعتش به ۲۰ متر در ثانیه میرسد سپس حرکتش‌کند شونده شده و پس از طی مسافت $2x$ متوقف میگردد اگرحرکت متشابه التغییرفرض شده حساب کنیدشتاب حرکت را در هرحالت در صورتیکه کل زمان حرکت ۳۰ ثانیه بوده باشد . وکل مسافت شده را نیز حساب کنید .

۲۱۷۳ ـ اتومبیلی بوزن۲ تن ازحال سکون روی‌جاده شیب‌داری‌شروع‌بحرکت کرده‌وبسمت پائین میآید موتور نیروئی برابر با ٤۰ کیلوگرم به اتومبیل وارد میسازد شیب جاده ۵٪ ومقاومت هوا از رابطه $R = ۰٫۰٤٤\ v^2$ بدست میآید اصطکاك جاده ثابت و برابر با ۳۰ کیلوگرم نیرو است سرعت حد اتو مبیل را برحسب متر در ثانیه و کیلومتر درساعت بدست آورید $g = ۱۰ m/s^2$

۲۱۷۴ ـ یك‌گلوله فلزی بوزن مخصوص ۳٫٤ را ازچه ارتفاعی بالای یك ظرف جیوه‌باید رها نموده تا پس ازرسیدن بظرف ۳۰cm در جیوه فرورفته وسرعتش صفرشود (ازمقاومت آب وهوا صرفنظر کنید)

۲۱۷۵ ـ جسمی دارای حرکت نوسانی ساده است که دامنه نوسان‌آن ۲cm وفرکانس‌آن ۵۰ میباشدمعادلات‌حرکت جسم را بنویسید در صورتیکه در لحظه صفر بعدآن صفر باشد و سرعت وشتاب را درلحظه‌ای پیدا کنیدکه بعد متحرك ۱cm است .

۲۱۷۶ ـ جسمی را از ارتفاع ۲۰ متر رها نمودیم پس از برخورد بزمین تا ارتفاع ۱۵ متری زمین بر میگردد حساب کنید در برخورد دوم به چه ارتفاعی از زمین خواهد رسید درصورتیکه نسبت‌سرعت‌هاهنگام برخورد بزمین‌ثابت باقی‌بماند

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر راه‌منش)

۲۱۷۷ ـ دوجسم A وB مطابق‌شکل‌به‌دو انتهای‌نخی‌که ازروی قرقره O میگذرد متصل شده‌اند وزن دو جسم مساوی وبرابرP است B بالای سطح شیب دار دوم قرار گرفته است

a ـ اگر از اصطکاك دو سطح صرفنظر کنیم سرعت دستگاه راموقعیکه جسمB بزمین میرسد برحسب h حساب کنید

b ـ اگر ضریب اصطکاك هر دوسطح مساوی و برابر $K = \frac{۲}{۱۰۰}$ باشد شتاب حرکت دستگاه را حساب کنید

c ـ اگر درحالت b نخ‌پاره شود حرکت جسم A را مطالعه‌کرده و شتاب اینحرکت را تعیین کنید

۲۱۷۸ ـ فاصله دوچراغ راهنمائی در خیابانی ۲۰۰ متر است اگر شتاب ماشینی (هم در حرکت تند شونده وهم در حرکت‌کند شونده) $۲ m/s^2$ و حداکثر سرعت مجاز در خیابانهای شهر ۳۰ کیلومتر برساعت باشد حداقل زمانی را حساب کنیدکه اتومبیل این فاصله‌را طی میکند (محاسبات را تادو رقم اعشار انجام دهید)

۲۱۷۹ ـ یك قطره باران باسرعت $\frac{٤۰}{۳}$ متر بر ثانیه بزمین رسیده وارد چاهی بعمق ۸۵ مترمیشود تعیین کنید پس ازچه مدت از موقع ورودقطره باران بچاه صدای حاصل ازبرخورد قطره باران بگوش شخصی‌که در دهانه چاه قرار دارد میرسد (سرعت‌صوت درهوا ۳٤۰ متر برثانیه و $g = ۱۰ m/s^2$ فرض‌شود)

۲۱۸۰ ـ یك گلوله فلزی بوزن مخصوص $\sqrt{۳}$ و قطر ۲ cm را به نخی بسته واز نقطهٔ میآویزیم گلوله در امتدادی قرار میگیرد که باوضع قائم زاویه ۳۰° میسازد سرعت وزش

باد را حساب کنید $g = ۱۰۰۰$ CGS و ضریب مقاومت هوا $K = ۰٫۰۰۰۳$CGS است

دبیرستان ناصرخسرو (دبیر: نیروی- فرستنده: غفوری)

۲۱۸۱ ـ جسمی با سرعت اولیه ۲۵ متر در ثانیه از ارتفاع h در امتداد قائم بطرف پائین پرتاب میشود ودرسه‌ثانیهٔ آخر حرکت مسافتی برابر ۱۵۰ مترطی می‌کند ، مطلوبست اولا زمان سقوط ثانیاً ارتفاع h

۲۱۸۲ ـ از پائین سطح شیب‌داری بزاویه شیب α جسمی را باسرعت اولیه ۳۷٫۵ متر بر ثانیه بطرف بالای سطح پرتاب مینمایند و جسم پس از ۵ ثانیه به انتهای مسیر خود میرسد مطلوبست محاسبه زاویه α در صورتیکه نیروی اصطکاک $\frac{۱}{۴}$ وزن جسم باشد و مسافت طی شده را در اینصورت حساب کنید

۲۱۸۳ ـ هریك‌ازدووزنه‌یك‌ماشین آتوود ۱۹۰ گرم جرم دارد ودستگاه درحال سکون است ، اولا چه سرباری روی‌یکی از وزنه‌ها قرار دهیم تا مسافت طی شده در ثانیه چهارم برابر ۱۷۵cm گردد ثانیاً سرعت دستگاه را در پایان اینمدت حساب کنید .

۲۱۸۴ ـ جسمی بوزن ۱۰Kg باسرعت اولیه ۲۰m/s در سطح افقی حرکت کرده و پس از طی ۲۵ متر سرعت آن نصف میشود ضریب اصطکاك سطح را حساب کنید

$g = ۱۰ m/s^۲$

۲۱۸۵ ـ جسمی را با سرعت اولیه $v_۰$ در امتداد قائم بطرف بالا پرتاب کردیم و مسافتی‌که این جسم در ثانیه سوم حرکت پیموده برابر $\frac{۳}{۱۶}$ مسافت کل بوده است مطلوبست اولا محاسبه مقدار عدد $v_۰$ ثانیاً زمان بالا رفتن

۲۱۸۶ ـ دوچرخه سواری‌که با دوچرخه خود ۸۰Kg وزن دارد بدون رکاب زدن از سطح شیبداری بشیب $\frac{۵}{۱۰۰}$ و طول ۴۵۰ متر پائین می‌آید و این طول درمدت یکدقیقه طی میشود ، مطلوبست اولا محاسبه نیروی اصطکاك ثانیاً سرعت دوچرخه سوار درپایان این مسافت $g = ۱۰ m/s^۲$

۲۱۸۷ ـ جسمی بوزن مخصوص ۰٫۸ از ارتفاع ۵ متر بالای سطح آبی آزادانه رها می‌شود مطلوبست محاسبه سرعت جسم هنگام ورود بآب ثانیاً ۱۳ ثانیه‌پس از سقوط فاصله جسم راازسطح‌آزاد آب حساب کنید .

۲۱۸۸ ـ جرم هر یك از دو وزنه ماشین آتوودی ۹۵ گرم است سرباری روی‌یکی از وزنه ها قرار می‌دهیم ودستگاه شروع بحرکت میکند بطوریکه سرعت دستگاه پس از ۵ ثانیه حرکت به ۲۵۰ cm/s میرسددرصورتیکه $g = ۱۰ m/s^۲$ باشد مطلوبست اولا جرم سرباری ثانیاً مسافت طی‌شده در ثانیهٔ چهارم حرکت .

ح ـ فیزیك

دبیرستان آذر

۲۱۸۹ ـ جسم A بوزن ۱۰ کیلوگرم روی میز مسطح افقی قرار دارد و بوسیلهٔ نخی‌که ازروی قرقرهٔ O عبورمیکند بجسم دیگر B بوزن ۱۰ کیلوگرم بسته شده است جسمB روی سطح‌شیب‌داری‌قرار گرفته که‌با افق‌زاویهٔ $\alpha = ۳۰$ درجه تشکیل میدهد . اصطکاك‌بین ۰٫۲ وزن جسم A است و ازاصطکاك سطح شیب‌دار صرفنظر میشود . دستگاه بدون سرعت اولیه شروع بحرکت میکند اگر ازاصطکاك نخ و جسم قرقره صرفنظرشود .

۱ـ شتاب حرکت را حساب کنید ۲ـ نیروی کشش نخ را در دوطرف قرقره حساب کنید ۳ـ اگر پس از یك ثانیه نخ پاره شود جسم A چه مسافتی را طی میکند تا متوقف شود

۲۱۹۰ ـ پاندول ساده‌ای‌تشکیل شده از گلوله‌ای ازآهن بوزن ۳۰ گرم‌که بوسیلهٔ نخ نازکی بنقطه‌ای متصل شده است پریود پاندول ۲ ثانیه است . در زیراین پاندول یك آهن‌ربای الکتریکی قرار میدهیم‌که نیروئی از بالا به پائین و در امتداد قائم برگلوله وارد میکند بالنتیجه ملاحظه میشودکه زمان بین دو انطباق متوالی این دو پاندول با پاندول ساعتی‌که درست ثانیه را میزند ۶دقیقه‌و۳۴ ثانیه میگردد معین‌کنید نیروی وارد بر پاندول را

۲۱۹۱ ـ گلوله‌ای با سرعت ۲۰m/s از ابتدای سطح شیب‌داری به شیب $\frac{۶}{۱۰}$ بطرف بالا پرتاب میشود اصطکاك سطح شیب دار $\frac{۱}{۲}$ نیروی عمود وارد برسطح میباشد معین‌کنید : پس از طی چه مسافتی سرعت‌گلوله به ۱۰m/s میرسد ؟ و دراین موقع‌گلوله سطح را ترك میکند معین‌کنید معادلات پارامتری حرکت‌گلوله‌را،معادله مسیررا ـ سرعت درنقطه اوج‌را ـ سرعت گلوله هنگام برخورد با زمین را

دبیرستان خوارزمی (دبیر : رادمنش)

۲۱۹۲ ـ درصورتیکه‌فرکانس $do_۴ = ۲۵۶$ باشد فرکانس نت $fa_۴^{\#}$ را تعیین‌کرده نام ۵ هارمونیك متوالی بعدی نت $fa_۴$ را بنویسید

۲۱۹۳ ـ دو تار مرتعش نقرهٔ و برنجی به ترتیب نتهای

fa, fa_1 را تولید میکنند فاصله لکارینمی این دو نت را حساب کرده در صورتیکه نیروی کشش دو تار مساوی وقطر تار از نقرهٔ دو برابر تار برنجی باشد نسبت طول تار نقرهٔ به برنجی را پیدا کنید (جرم مخصوص نقره ۱۰ و جرم مخصوص برنج ۸٫۱ گرم بر سانتیمتر مکعب است $\log ۲ = ۰٫۳$)

۲۱۹۴ ـ دو لوله باز بطولهای ۸۰^{cm} و ۸۱^{cm} محتوی هوا بوده هر دو صوت اصلی را ایجاد ودر مدت ۱۰ ثانیه ۲۶ ضربان تولید میکنند سرعت صوت درهوای داخل لوله وفرکانس دو نت را تعیین کنید

ثانیاً اگر طول لوله‌ها برابر ومساوی ۸۰^{cm} باشد یکی محتوی گیدرژن صفر درجه و دیگری محتوی اکسیژن ۸۱۹^{cc} (درجه سانتیگراد) باشد فاصله موسیقی دو صوت حاصل را پیدا کنید (فاصله عددی را حساب کنید)

۲۱۹۵ ـ یك سیم مسی بطول دومتر وجرم ۸ گرم بنقطهٔ محکم شده سر دیگر سیم به دیاپازنی که در ثانیه ۱۰۰۰ ارتعاش میکند متصل شده با تشکیل امواج ساکن فاصله گره‌ها از هم ۸^{cm} میشود طول موج، سرعت انتشار موج و نیروی کشش سیم را حساب کنید (برحسب کیلوگرم نیرو و دین) $g = ۹۸۰ CGS$

۲۱۹۶ ـ در یك لوله کنت که محتوی هواست وداخل آن گرد نرمی بطوریکنواخت توزیع شده است یکطرف لوله بوسیله پیستون متحرکی مسدود شده و طرف دیگر دیافراگمی که به دیاپازنی بفرکانس ۱۰۰۰ متصل است مسدود شده پیستون متحرك را جایجا میکنیم گردهای نرم بفواصل مساوی جمع میشوند فاصله توده اول از پنجمین توده را حساب کنید

ثانیاً اگر لوله را از گاز کربنیك بهمان درجه حرارت پر کنیم فاصله دو توده متوالی را در این حالت حساب کنید (سرعت صوت در هوای داخل لوله $۳۴۰ m/s$ ضریب اتمیسیته گازهای دو اتمی $\gamma_۲ = \frac{۷}{۵}$ وبرای گازهای سه اتمی $\gamma_۲ = \frac{۵}{۳}$ است محاسبات را تا دو رقم اعشار انجام دهید

۲۱۹۷ ـ دو منبع موج همفاز امواجی بفرکانس ۲۰۰ ودامنه‌های ۴^{cm} و ۶^{cm} در محیطی باسرعت $۴۰۰ m/s$ منتشر میکنند نقطه P بفواصل ۵۰^{cm} و ۲۵^{cm} ازاین دو منبع قرار گرفته است معادله حرکت نقطهٔ P را بنویسید و محاسبه را تا در رقم اعشار انجام دهید ضمناً اگر توانائی زاویه عدد صحیح و معلومی نبود زاویه را برحسب Arctg بنویسید

ط . شیمی

دبیرستان آذر

۲۱۹۸ ـ از احتراق کامل ۰٫۴۳ گرم ئیدروکربور ۰٫۶۳ گرم آب پدید میآید کربور اشباع شده را مشخص کنید و ایزومرهای آنرا رسم کنید

۲۱۹۹ ـ ۰٫۶ گرم جسم آبی ازتدار را تجزیه میکنیم اضافه وزن لوله‌های پتاس و اسید سولفوریك بترتیب ۰٫۴۴ گرم و ۰٫۳۶ گرم میباشد درآزمایش دیگر ۰٫۳ گرم ازهمان جسم آبی ازتدار را با پتاس، حرارت میدهیم و گاز حاصل را در ۱۰۰cc محلول $\frac{۲}{۱۰}$ نرمال اسید اگزالیك وارد میکنیم برای خنثی شدن باقیمانده اسید، ۱۰cc سود نرمال کفایت میکند در صورتیکه بدانیم از انحلال ۱۲ گرم از این جسم آلی در یك لیتر آب، انجماد آب در $-۰٫۳۷^{\circ}$ صورت میگیرد فرمول خام جسم آلی را بدست آورید. (۱۸۵۰ = آب K)

مسائلی که هنگام چاپ مجله واصل شده است

{ حساب استدلالی ششم ریاضی
دبیرستان دکتر کریم فاطمی اهواز (دبیر، گیتی زاده)

۲۲۰۰ ـ اگر x برابر مربع یکعدد فرد باشد ثابت کنید عبارت $۳^{x} + ۵ \times ۲^{x}$ همواره بر ۱۳ بخش پذیر است.

۲۲۰۱ ـ از رابطهٔ $(\overline{ab})_{۱۲} \times (\overline{ab})_{۹} = (\overline{ab})_{۱۰}$ عدد دو رقمی $\overline{ab}$ را بدست آورید.

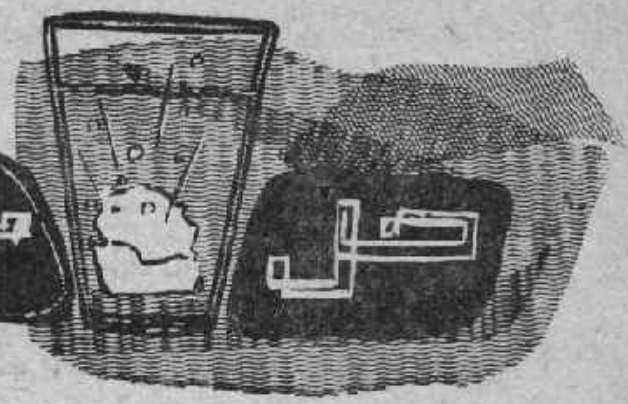
۲۲۰۲ ـ تعیین کنید در چه مبنائی عدد ۳۳۱ بر ۱۲ پذیر است ـ خارج قسمت تقسیم را در همین مبنا پیدا کنید.

۲۲۰۳ ـ ثابت کنید در هر مبنا تفاضل دو عدد سه رقمی $\overline{cdu}$ و $\overline{udc}$ بافرض $c > u$ عددی است که رقم میانی وهمچنین مجموع دو رقم دیگر آن همواره یك واحد ازهمان مبنا کوچکتر است.

۲۲۰۴ ـ عدد $\overline{۳x۴y}$ درمبنای ۸ نوشته شده است ارقام x و y را طوری تعیین کنید که این عدد درهمین مبنا بر ۴ و ۷ بخش پذیر باشد.

۲۲۰۵ ـ در یك تقسیم مقسوم برابر ۷۰۲ و باقیمانده حداکثر مقدار ممکن را دارا است مقسوم علیه چه اعدادی میتواند باشد؟

۲۲۰۶ ـ باقیماندهٔ تقسیم عبارت $۳^{۱۵} \times ۱۹۹۸ + ۶۳^{۲} \times ۱۳۱۵^{۹۲}$ را بر ۱۵ پیدا کنید.



حل مسائل شماره‌های گذشته

حل مسائل شمارهٔ ۱۰

کلاس چهارم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۹۶۶ ـ رابطهٔ داده شده‌را به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

$$\sqrt{b+b}+\sqrt{2(b+a)}=2+2\sqrt{2} \quad \text{یا}$$
$$\sqrt{a+b}(1+\sqrt{2})=2(1+\sqrt{2})$$

و نتیجه می‌شود که

$$\sqrt{a+b}=2 \quad \text{و} \quad a+b=4$$

و از رابطهٔ دوم به دست می‌آید

$$\sqrt{3(a+b)}+\sqrt{a}=2\sqrt{3}+1 \quad \text{یا}$$
$$\sqrt{3\times 4}+\sqrt{a}=2\sqrt{3}+1 \quad \text{و} \quad \sqrt{a}=1$$
$$a=1 \quad \rightarrow \quad b=3$$

پاسخهای درست رسیده از : ملك دشتبان چهارم ریاضی دبیرستان‌عبرت ـ زهره برمایه ورچهارم‌ریاضی‌دبیرستان ایران ـ محمود داهـا چهـارم طبیعی دبیرستان باباطاهر ـ سید مهدی حمیدی ـ عبدالرزاق حبیبی مقدم چهـارم طبیعی ـ محمودحسن‌زاده ـ گیورك‌ملکم کمرزریان چهارم‌ریاضی‌دبیرستان شاه عباس ارامنه اصفهان ـ سید رضـا کافی ـ ولی هرندی ـ کریم‌پهلوانی ـ جمشیدجعفری‌صحن‌سرائی ـ حسین نجفی ٤ ریاضی البرز

پاسخهای رسیده از : هوشنگ آزدم چهارم ریاضی دبیرستان قطب دزفول ـ حجت‌الله رفعتی

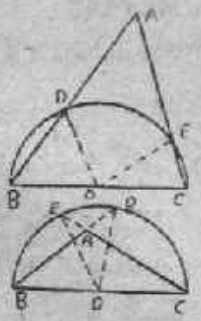
حل مسئلهٔ ۱۹۶۷ ـ نخست مخرج هریك‌ازکسرها را گویا می‌کنیم ، نتیجه خواهد شد

$$x=34 \quad \text{و} \quad y=24\sqrt{2}$$
$$\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}=\frac{1156+1152}{1156-1152}=577$$

پاسخهای درست رسیده از : زهره برمایه‌ور ـ ملك دشتبان ـ هوشنگ آزدم ـ کریم پهلوانی ـ گیورك ملکم کمر زریان ـ محمودحسن‌زاده ـ سید مهدی حمیدی ـ محمود داها ـ محمد ناصر رشیدیان دزفول ـ سید رضا کافی ـ ابراهیم پور ـ محمدی دبیرستان رازی‌شاهی ـ حسین نجفی

پاسخهای رسیده‌از : حجت‌الله‌رفعتی ـ جمشیدجعفری صحن سرائی .

حل مسئلهٔ ۱۹۶۸ ـ در چاپ صورت مسئله درآخرین سطر به جای $\frac{DOF}{2}$ اشتباهاً DOF ذکرشده است . چنانچه زاویهٔ A از مثلث ABC حاده باشد چون از نصف‌کمان BC کوچکتر است نسبت به دایره زاویهٔ خارجی خواهد بود . اگر زاویهٔ A قائمه باشد چون روبرو به قطر است پس محاطی‌خواهدبود و بالاخره وقتی زاویهٔ A منفرجه باشد نقطهٔ A در داخل دایره واقع می‌شود .



درحالت اول داریم .

$$\hat{A}=\frac{\overset{\frown}{BC}-\overset{\frown}{DE}}{2} \quad \text{و} \quad \frac{\hat{DOE}}{2}=\frac{\overset{\frown}{DE}}{2}$$

$$\hat{A}+\frac{\hat{DOE}}{2}=\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}=90^\circ$$

درحالت دوم O و E بر A منطبق بوده

$$DOE=0 \quad \text{و} \quad A=90^\circ$$

و در حالت سوم .

$$\hat{A}=\frac{\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{DE}}{2} \quad \text{و} \quad \hat{A}-\frac{\hat{DOE}}{2}=90^\circ$$

پاسخهای درست رسیده از : زهره برمایه‌ور ـ

ملك دشتبان ـ سید مهدی حمیدی ـ محمد ناصر رشیدیان .

پاسخهای رسیده از سید رضا کافی ـ جمشیدجعفری صحن سرائی

کلاس چهارم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۶۹ـ چون $f(x\ و\ y)$ نسبت به x و y متجانس است پس همهٔ جمله‌های آن نسبت به x و y از درجهٔ دوم میباشند و چون عبارت نسبت به x و y متقارن نیز هست یعنی اگر x و y را جابه‌جا کنیم عبارت نباید فرق کند بنابراین عبارت را به صورت‌زیر در نظر می‌گیریم :

$$f(x\ و\ y)=ax^2+bxy+ay^2$$

اما $f(x و x)\equiv 0$ و نتیجه می‌شود

$$x^2(a+b+a)=0 \quad یا \quad b=-2a \quad و$$

$$f(x\ و\ y)=ax^2-2axy+ay^2$$

از طرف دیگر داریم

$$7+4\sqrt{3}=(2+\sqrt{3})^2 \quad و \quad 7-4\sqrt{3}=(2-\sqrt{3})^2$$

$$\sqrt[4]{\frac{7+4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$-\sqrt{\frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}}=2+\sqrt{3}$$

$$\sqrt[4]{\frac{7-4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}}=\cdots=2-\sqrt{3}$$

و بنابرشرط سوم مذکور درصورت مسئله داریم :

$$a(2+\sqrt{3})^2-2a(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+a(2-\sqrt{3})^2=2$$

پس از اختصار $a=\frac{1}{6}$ به دست می‌آید و

$$f(x\ و\ y)=\frac{1}{6}(x^2-2xy+y^2)$$

حل مسئلهٔ ۱۶۷۰ ـ با بسط پرانتز طرف دوم حاصل می‌شود .

$$20+14\sqrt{2}=a^3+3a^2\sqrt{2}+6a+2\sqrt{2}$$

به فرض آنکه a عدد منطق باشد باید داشته باشیم

$$\begin{cases}a^3+6a=20\\3a^2+2=14\end{cases}$$

از رابطهٔ دوم دستگاه $a=\pm 2$ به دست می‌آید که فقط $a=2$ در رابطهٔ اول صدق می‌کند . برابر این داریم

$$(2+\sqrt{2})^3=20+14\sqrt{2}$$

و به همین ترتیب نتیجه‌می‌شود

$$(2-\sqrt{2})^3=20-14\sqrt{2}$$

و از آنجا :

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}=$$

$$=2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$$

پاسخهای درست رسیده از : ملك دشتبان ـ زهره برمایه‌ور ـ حسین مهدی زاده چهارم ریاضی ـ سید رضا کافی .

پاسخهای رسیده از : جمشید جعفری صحن‌سرائی ـ کریم پهلوانی ـ حسین نجفی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۱ـ ازطرفین رابطه لگاریتم می‌گیریم:

$$\sqrt{x}\log x=x\log\sqrt{x} \quad یا \quad \sqrt{x}\log x=\frac{1}{2}x\log x \quad یا$$

$$(2\sqrt{x}-x)\log x=0 \quad یا \quad \log x=0 \quad و \quad x=1$$

$$2\sqrt{x}-x=0 \quad و \quad x=4 \quad یا$$

پاسخ درست رسیده از : محمد یوسف زاده، سید تراب مرتضوی دانش آموزان چهارم ریاضی دبیرستان جلوه.

پاسخهای رسیده از : زهره برمایه‌ور ـ ملك‌دشتبان فرزانه جزء‌بیات ـ حسن مهدی زاده ـ کریم پهلوانی ـ جمشید جعفری صحن سرائی ـ بهنام زرقانی ـ مهدی نسترن پور ـ سید رضا کافی ـ ولی هرندی ـ محمد رضا کهنمویی مرکز تربیت معلم حرفه‌ای ـ رمضان مختاری چهارم‌ریاضی دبیرستان‌شاهپور شیراز ـ حجت‌الله رفعتی ـ هوشمند وجدانی کلاس سوم دبیرستان رضا پهلوی تجریش ـ حسین‌نجفی.

حل مسئلهٔ ۱۶۷۲ ـ مطلوب محاسبهٔ حد مجموع جمله‌های تصاعد هندسی نزولی با جملهٔ اول $a=1{,}21$ و $q=0{,}9$ می‌باشد که برابر با $S=12{,}1$ به دست می‌آید و ازآنجا حداکثر ارتفاع درخت برابر خواهد بود با

$$12{,}1+9{,}14=21{,}24 \text{ متر .}$$

پاسخهای درست رسیده از : فرزانه جزء بیات ـ جمشید جعفری صحن سرائی ـ رمضان مختاری .

حل مسئلهٔ ۱۶۷۳ـ اگر جملهٔ اول تصاعد مطلوب را a و قدر نسبت‌آن را q فرض کنیم

$$a\times\frac{q^n-1}{q-1}=S_1$$

$$aq^{n-1}\times\frac{q^n-1}{q-1}=S_2$$

از تقسیم نظیر به نظیر طرفین دو رابطه بر یکدیگر به دست می‌آید .

$$q^{n-1}=\frac{S_2}{S_1} \quad یا \quad q=\sqrt[n-1]{\frac{S_2}{S_1}}$$

و با تعیین q از روی یکی از دو رابطهٔ بالا مقدار a پیدا شده و تصاعد مشخص می‌شود. در مثال عددی خواهم داشت

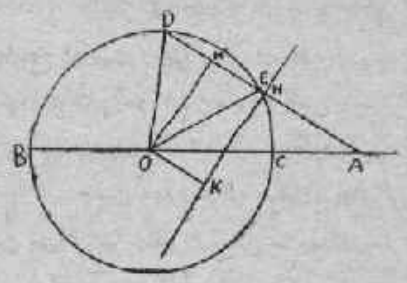
$$q=\sqrt[6]{\frac{8128}{127}}=\sqrt[6]{64}=2$$

$$a\times\frac{2^7-1}{2-1}=127 \quad \text{و} \quad a=1$$

$$1:2:4:\ldots:4096$$

پاسخهای درست رسیده از : محمد رضا کهنوئی - سید رضا کافی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۴ـ نسبت بمثلثهای DOA،DOE و AOE می‌توانیم بنویسیم



$$\overset{\wedge}{DOB}=\overset{\wedge}{ODA}+\overset{\wedge}{DAO}=\overset{\wedge}{OED}+\overset{\wedge}{OAE}$$

$$\overset{\wedge}{OED}=\overset{\wedge}{EOA}+\overset{\wedge}{EAO}$$

$$\overset{\wedge}{DOB}=2\overset{\wedge}{EAO}+\overset{\wedge}{EOA}$$

و چنانچه $\overset{\wedge}{DOB}=3\overset{\wedge}{EOA}$ باشد لازم می‌آید که $EOA=OAE$ بوده و در نتیجه $EA=EO=R$ باشد. و برای اینکه مسئله ممکن باشد لازم است که $OA<2R$ باشد

اگر H وسط AD و H' وسط DE و OK فاصلهٔ O تا عمود منصف AD باشد ، داریم

$$OK=HH'=HD-H'D=\frac{AD}{2}-\frac{ED}{2}$$

$$=\frac{AD-ED}{2}=\frac{R}{2}$$

و نتیجه می‌شود که عمود منصف قطعه خط AD بردایرهٔ به مرکز O و به شعاع $\frac{R}{2}$ مماس می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده از : زهره برمایه ور - ملك دشتبان

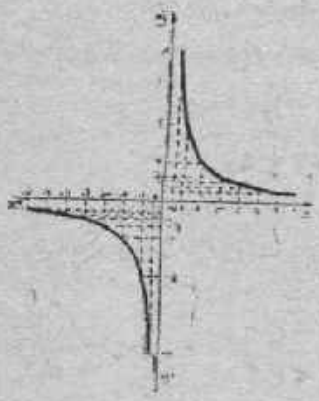
پاسخ رسیده از: بهنام زرقانی .

کلاس پنجم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۵ـ جدول تغییرات تابع درفاصله‌های داده شده به شرح زیر است

x	−۷	−۶	−۵	−۴	−۳	−۲	−۱	۰٫۵
y	$\frac{-4}{7}$	$\frac{-2}{3}$	$\frac{-4}{5}$	−۱	$\frac{-4}{3}$	−۲	−۴	−۸

x	۰٫۵	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
y	۸	۴	۲	$\frac{4}{3}$	۱	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$



ونمایش هندسی تابع به شکل زیر می باشد. مختصات دونقطهٔ A و B عبارتست از A (۱و۴) و B (۱-و۴-) ومعادلهٔ AB ازفرمول زیر به دست می‌آید

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-1}=\frac{-4-4}{-1-1}=4$$

و یا $y=4x$ که مختصات مبدأ در این معادله صدق می کند و درضمن داریم

$$x_A+x_B=0 \quad \text{و} \quad y_A+y_B=0$$

یعنی مبدأ در وسط AB می‌باشد

ثالثاً برای رسم خطوط بامعادلات داده‌شده داریم

$y=4x$

x	۰	۱
y	۰	۴

$y=-4x+8$

x	۰	۲
y	۸	۰

و خطوط در دستگاه بالا رسم شده‌اند . نقطهٔ تلاقی عبارت می‌شود از

$$\begin{cases}y=4x\\y=-4x+8\end{cases} \quad 4x=-4x+8 \quad \text{و} \quad x=1 \quad \text{و} \quad y=4$$

که همان مختصات A واقع برنمایش تابع می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده از زهرا محمدی‌پنجم‌طبیعی دبیرستان‌عفت - حشمت مهین‌راد پنجم‌طبیعی-عزیز بازرگانیان‌پور

لنگرودی ـ رضا طوسی پنجم ریاضی دبیرستان البرز

حل مسئلهٔ ۱۶۷۶ ـ درمتوازی‌الاضلاع ABCD داریم

$$A+B-B+C-C+D-D+A=180^\circ$$

$$A=C \text{ و } B=D$$

$$\sin A=\sin B=\sin C=\sin D$$

$$\cos\frac{B}{2}=\cos\frac{D}{2} \text{ و } \sin\frac{A}{2}=\sin\frac{C}{2}$$

و رابطهٔ داده شده محقق میباشد

ثانیاً

$$\cos A=0{,}6 \text{ و } A<90^\circ$$

پس $\cos C=0{,}6$ و $\cos B=\cos D=-0{,}6$

$$\sin A=\sin B=\sin C=\sin D=0{,}8$$

$$tgA=tgC=0{,}75 \text{ و } tgB=tgD=-0{,}75$$

ثالثاً

$$A=\frac{\pi}{3} \text{ و } A+B=\pi \text{ یا } 3A=\pi$$

$$\alpha=2K\pi+\frac{\pi}{3}$$

پاسخهای درست رسیده از: حشمت مهین‌داد ـ عزیز بازرگانیان‌پور ـ رضا طوسی ـ حجت‌الله رفعتی

پاسخهای رسیده از: داود تراکمه ـ حسین عظیمی مطلق پنجم ریاضی دبیرستان اقبال آشتیانی

کلاس پنجم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۷ ـ ۱) مختصات M را $M(y_0x)$ فرض میکنیم داریم

$$\frac{x_B-x_M}{x_C-x_M}=\frac{-x}{8-x}=-3 \text{ و } x=6$$

$$\frac{y_B-y_M}{y_C-y_M}=\frac{-2-y}{-y}=-3 \text{ و } y=-\frac{1}{2}$$

و $M\left|\begin{matrix}6\\-\frac{1}{2}\end{matrix}\right.$

۲) رابطهٔ داده‌شده بصورت زیر نوشته میشود

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}=-\frac{\overline{P'A}}{\overline{P'B}}=\frac{1}{6}$$

و اگر $P(x_0y)$ و $P'(x'_0y')$ فرض شود با روشی مشابه با قسمت ۱) نتیجه میشود $P(\frac{12}{5} \text{ و } \frac{26}{5})$ و $P'(\frac{12}{7} \text{ و } \frac{22}{7})$

۳) چون $NA=AC$ بنابراین

$$\frac{\overline{NA}}{\overline{NC}}=-\frac{\overline{N'A}}{\overline{N'C}}=\frac{1}{2}$$

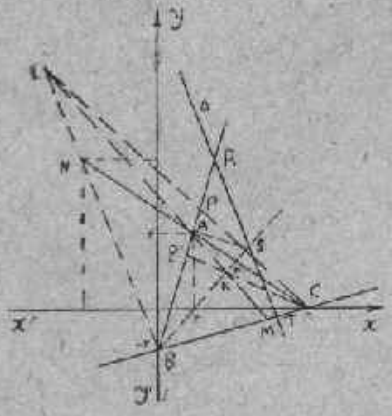
و نتیجه خواهد شد $N(-4 \text{ و } 8)$ و $N'(4 \text{ و } \frac{8}{3})$

۴) معادله‌ای هریك از خطوط با معلوم بودن مختصات دو نقطه تعیین میشود که پس از اختصار داریم:

$$AM \parallel \quad y=-\frac{9}{8}x+\frac{25}{4}$$

$$BN \parallel \quad y=-\frac{5}{2}x-2$$

$$CP \parallel \quad y=-\frac{13}{14}x+\frac{52}{7}$$



چون دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی معادله‌های AM و BN حل شود مختصات نقطهٔ تلاقی آنها $I(-6 \text{ و } 12)$ بدست می‌آید و این مختصات در معادلهٔ CP نیز صدق می‌کند پس سه خط در I متقاربند

۵) معادلات خطوط BN' و CP' عبارت می‌شود از

$$y=\frac{7}{6}x-2 \quad \text{و} \quad y=-\frac{1}{2}x+4$$

و مختصات نقطهٔ تلاقی آنها $K(\frac{18}{5} \text{ و } \frac{11}{5})$ در معادلهٔ AM صدق می‌نماید

۶) ضریب‌زاویهٔ خط Δ برابر یا ضریب زاویهٔ خط BN و برابر با $-\frac{5}{2}$ بوده و معادلهٔ خط Δ به صورت $y=-\frac{5}{2}x+b$ می‌باشد. چون نقطهٔ تلاقی Δ را با حریك

از خطوط BA و BN' و BC حساب کنیم خواهیم داشت:

$$R\left(\frac{2b+4}{11} \text{ و } \frac{6b-10}{11}\right) \text{ و } S\left(\frac{4b+8}{11} \text{ و } \frac{b-20}{11}\right)$$

$$T\left(\frac{3b+6}{11} \text{ و } \frac{7b-30}{22}\right)$$

و با یك محاسبهٔ ساده معلوم خواهد شد که T وسط RS است.

برای اینکه زاویهٔ RAS قائمه باشد کافی است AS بر BA عمود باشد

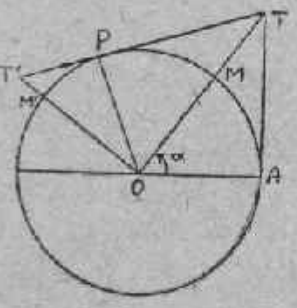
$$m_{AB}=\frac{4+2}{2}=3 \text{ و } m_{AS}=\frac{b-64}{4b-14}$$

$$m_{AB}\,m_{AS}=-1 \text{ یا } \frac{b-64}{4b-14}=-\frac{1}{3} \text{ و } b=\frac{206}{7}$$

پاسخهای درست رسیده از : رضا طوسی ـ حسین نعمتی ـ داوود تراکمه ـ حسین رزاقی‌زاده و فرخ کیان ارتی پنجم ریاضی دبیرستان مروی ـ احمد قندی پنجم ریاضی دبیرستان علوی.

حل مسئلهٔ ۱۶۷۸ـ اگر P نقطهٔ تماس TT' با دایره باشد داریم

$$AT-PT=tg\alpha \text{ و}$$



$$\overset{\frown}{POM'}+(\overset{\frown}{POT}=\alpha)=90^\circ$$

$$PT'=tg\,POM'=cotg\alpha$$

$$TP+PT'=TT' \text{ یا}$$

$$tg\alpha+cotg\alpha=2\sqrt{2}$$

$$tg\alpha+\frac{1}{tg\alpha}=2\sqrt{2} \text{ یا}$$

$$tg^2\alpha-2\sqrt{2}\,tg\alpha+1=0$$

$$tg\alpha=\sqrt{2}\pm 1$$

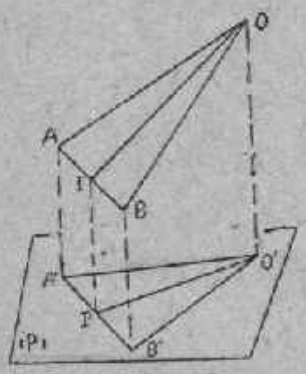
(بر حسب اینکه $\alpha<\frac{\pi}{4}$ یا $\alpha>\frac{\pi}{4}$ باشد علامت + و یا علامت ـ انتخاب خواهد شد) و با معلوم بودن $tg\alpha$ سایر خطوط مثلثاتی کمان α به دست می‌آید

$$\overset{\frown}{AM}=2K\pi+Arctg(\sqrt{2}\pm 1)$$

$$\overset{\frown}{AM'}=2K\pi+\frac{\pi}{2}+Arctg(\sqrt{2}\pm 1)$$

پاسخهای درست رسیده از: حسین رزاقی‌زاده و فرخ کیان ارتی ـ منصور جابری پنجم ریاضی دبیرستان ادیب ـ حسین نعمتی ـ اسدالله مس‌فروش پنجم ریاضی دبیرستان علوی محمدرضا کنی پنجم ریاضی دبیرستان علوی ـ محمدرضا غلامی رضا طوسی ـ محسن چلدتنی پنجم ریاضی دبیرستان علوی ـ محمدکریم روشن پنجم ریاضی دبیرستان قناد بابل ـ احمد قندی ـ علی اصغر ترابی ـ محمدابراهیم قزوینی پنجم ریاضی دبیرستان حکیم سنائی اصفهان

حل مسئلهٔ ۱۶۷۹ ـ اولا درمورد دو قطعه خط: چون تصویرهای دو قطعه خط متساوی و متوازی برهر صفحه دوقطعه خط متساوی‌است بنابراین می‌توانیم دوقطعه خط مفروض را در یك سر مشترك اختیار کرده‌مثلاً آنها را با OA و OB نمایش دهیم، مثلث OAB متساوی‌الساقین است. اگر O'A' و B' به‌ترتیب تصویرهای قائم نقطه‌های O و A و B بر یك صفحهٔ دلخواه مانند P باشد به طوریکه مثلث O'A'B' متساوی‌الساقین باشد و



چنانچه I وسط AB و I' تصویر آن برصفحهٔ P (و وسط A'B') باشد هریك از دو زاویهٔ OIA و O'I'A' قائمه بوده و لازم می‌آید که صفحهٔ P حداقل با یکی از دو امتداد OI یا AB موازی باشد. با ملاحظهٔ اینکه OI و AB امتدادهای نیمساز‌های زاویهٔ دو خط OA و OB هستند

بنابراین: شرط لازم وکافی برای آنکه تصویرهای دو قطعه‌خط متساوی، دوقطعه خط متساوی باشندآن است که صفحهٔ تصویر با امتداد نیمساز یکی از زاویه‌های دو خط مزبور موازی باشد.

در حالت کلی دو دسته جواب وجود دارد. صفحاتیکه باامتدادهای دوخط مفروض موازی باشند جزء این دو دسته جواب خواهند بود

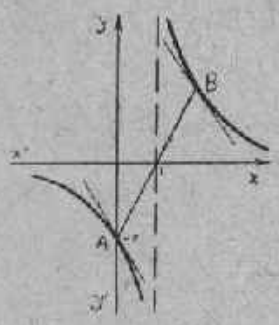
ثانیاً در مورد سه قطعه خط ـ بادرنظر گرفتن حالت دو قطعه خط، نتیجه خواهیم گرفت که صفحات مطلوب صفحاتی هستند که با دو نیمساز از نیمساز های سه زاویه‌ای که سه خط دو به دو بایکدیگر می‌سازند موازی باشند. مسئله در حالت کلی دارای چهار دسته جواب می‌باشد.

پاسخ رسیده از : حسین رزاقی زاده وفرخ کیان‌ارتی

کلاس ششم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۰ـ اولا مشتق تابع $y'=\frac{-۲}{(x-۱)^۲}$ و جدول تغییرات و رسم منحنی نمایش تابع بشرح زیر است .

x	$-\infty$		۰		۱		$+\infty$
y'		−		−	‖	−	
y	۰ ↘		−۲ ↘		$+\infty$ ‖ $-\infty$ ↘		۰



ثانیاً ـ درازاء $x=۰$ دارم $y=-۲$ و ضریب زاویهٔ مماس بر منحنی در نقطهٔ (۰ و ۲−) برابر با مشتق تابع درازاء $x=۰$ یعنی برابر با ۲− است .

و $\frac{-۲}{(x-۱)^۲}=-۲$

$x=۰$ و ۲

یعنی دو نقطهٔ A(۰ و ۲−) و B(۲ و ۲) بر منحنی وجوددارد که مماس‌های بر منحنی در آن دو نقطه با یکدیگر موازی و با ضریب زاویهٔ ۲− می‌باشند.

معادلهٔ خط AB با معلوم بودن مختصات دو نقطهٔ A و B تعیین شده و $y=۲x-۲$ می‌باشد و مختصات نقطهٔ تلاقی دو مجانب یعنی (۱و۰) در آن صدق می‌کند :

پاسخهای درست رسیده : حسین نادمپور لنگرودی فرامرز پور قلی‌زاده ـ مرتضی شفائی ـ قشقائی منصور .

حل مسئلهٔ ۱۶۸۱ ـ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

$sin۲x-sinx=۲cos۲x\,sinx$ و $۱-cos۲x=۲sin^۲x$

$y=sin^۲x+۲cos۲x\,sinx=۲sinx(sinx+cos۲x)$

$=۲sinx(sinx+۱-۲sin^۲x)$

$y=۲sinx(۲sinx+۱)(۱-sinx)$

از حل معادلهٔ $y=۰$ خواهیم داشت

$sinx=۰$ $\quad x=K\pi$

$sinx=-\frac{۱}{۲}$ و $x=۲K\pi-\frac{\pi}{۶}$

$x=۲K\pi+\pi+\frac{\pi}{۶}$

$sinx=۱$ $\quad x=۲K\pi+\frac{\pi}{۲}$

پاسخهای درست رسیده از : قشقائی منصور ـ حسین نادمپور ـ احمدامیرسیاحی ـ مرتضی شفائی ـ محمد رضا غلامی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ فرامرز رهبر.

کلاس ششم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۲ـ چون منحنی تابع درمبدأ بر $x'x$ مماس است پس معادلهٔ $y=۰$ باید دارای فاکتور $x^۲$ باشد و نتیجه می‌شود $c=d=۰$ و چون معادلهٔ مجانب مایل منحنی را تعیین کنیم به صورت $y=ax+۲a+b$ به دست می‌آید وچون باید به صورت $y=x$ باشد پس $a=۱$ و $b=-۲$

ثانیاً مشتق‌های اول و دوم تابع به قرار زیراست

$$y'=\frac{x(x^۲-۲x+۴)}{(x-۱)^۳} \quad \text{و} \quad y''=\frac{-۲x-۴}{(x-۱)^۴}$$

مشتق اول درازاء دو مقدار $x=۰$ و $x=۱$ تغییر علامت می‌دهد اما در ازاء $x=۱$ نا معین است و تابع در ازاء $x=۰$ دارای ماکزیمم برابر صفر می باشد . مشتق ثانی درازاء $x=-۲$ صفر شده تغییر علامت می‌دهد. پس $I(-۲ \text{ و } -\frac{۱۶}{۹})$ نقطهٔ عطف منحنی است .

ثالثاً ضریب زاویهٔ مماس برمنحنی در I برابر با $y'_۲=\frac{۲۸}{۲۷}$ و معادلهٔ مماس به صورت $y=\frac{۲۸}{۲۷}x+\frac{۸}{۲۷}$ می‌باشد . از حل دستگاه

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^۳-۲x^۲}{(x-۱)^۲} \\ y=\dfrac{۲۸}{۲۷}x+\dfrac{۸}{۲۷} \end{cases}$$

پس از ساده کردن نتیجه می‌شود

$x^۳+۶x^۲+۱۲x+۸=۰$

$x=-۲$ باید ریشهٔ مکرر مرتبهٔ ۳ از این معادله باشد و چون معادله درجهٔ سوم است پس به جز $x=۲$ ریشهٔ دیگری نمی‌تواند داشته باشد یعنی خط مماس جزدر I در نقطهٔ دیگری منحنی را قطع نمی‌کند (معادلهٔ درجهٔ سوم اخیر به صورت $(x+۲)^۳=۰$ می‌باشد)

پاسخهای درست رسیده از : فرامرز رهبر ششم ریاضی دبیرستان‌شرف ـ قشقائی منصور ـ احمد گلبابائی ـ فرامرز پورقلی‌زاده ـ سیدعباس‌موسویان ـ فؤادسینائی ـ فرامرزمسیحی

مرتضی شفائی ـ کاوه افرا ششم ریاضی دبیرستان شرف ـ محمد سعیدی کیا ششم‌ریاضی دبیرستان‌البرز تهران ـ فریدون‌قهرمانی ششم ریاضی دبیرستان اندیشه ـ رحیم محمدی ـ حسین‌نادمپور لنگرودی ـ محمد رضا مرعشی پور ششم ریاضی دبیرستان‌البرز غلامرضا حاجی ششم ریاضی دبیرستان امیرکبیر زنجان ـ محمود عجمی ـ فیروز بایرامی‌پنجم ریاضی دبیرستان ادیب

حل مسئلهٔ ۱۶۸۳ ـ اگر فرض کنیم معادلـه $Y'Y$ محور تقارن منحنی به صورت $x=\alpha$ است . و $O'(\alpha \text{ و } 0)$ را مبدأ جدید اختیار کنیم داریم $x=X+\alpha$ و $y=Y$ و چون در تابع قرار داده ساده کنیم حاصل می‌شود .

$$Y=X^4+(4\alpha+8)X^3+(6\alpha^2+24\alpha+22)X^2+$$
$$+(4\alpha^3+24\alpha^2+44\alpha+24)X+\alpha^4+8\alpha^3+$$
$$+22\alpha^2+24\alpha+8$$

برای اینکه محور $Y'Y$ محور تقارن منحنی تابع باشد لازم وکافی است که باتبدیل X به $-X$ مقدار تابع فرق نکند و این درصورتی است که تابع فوق دارای جمله‌های درجهٔ فرد از X نباشد یعنی داشته باشیم

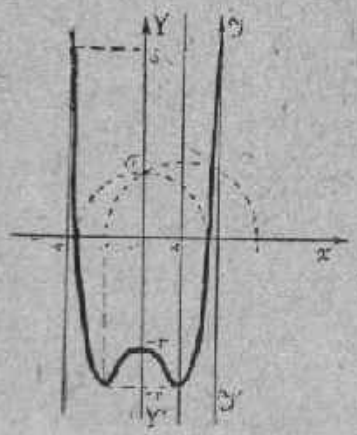
$$\begin{cases}4\alpha+8=0\\4\alpha^3+24\alpha^2+44\alpha+24=0\end{cases}$$

و از این دستگاه جواب $\alpha=2$ به دست می‌آید . پس خط $x=-2$ محور تقارن منحنی است و معادلهٔ‌منحنی نسبت به دستگاه جدید عبارتست‌از $Y=X^4-2X^2-3$

جدول ومنحنی نمایش تابع بشرح زیر است

$$Y'=4X^3-4X$$

X	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		∞
X'		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$			
Y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$



برای مقایسهٔ ریشه‌های معادلهٔ‌مفروض با -1 و -4 چنانچه فرض کنیم $x=X-2$ و $y=Y=-m-3$ بااستفاده ازشکل‌منحنی جدول زیررا خواهیم داشت (در ازاء $x=-1$ داریم $X=1$ و $Y=-4$ و درازاء $x=-4$ داریم $X=-2$ و $Y=0$)

Y	m	نتیجه
$-\infty$	$+\infty$	ریشه ندارد
-4	1	$-4<x_1=x_2=x_3=x_4=-1$
		$-4<x_1<x_2<x_3<-1<x_4$
-3	0	$-4<x_1<x_2=x_3=0<-1<x_4$
		$-4<x'<-1<x''$
0	-8	$x'=-4<-1<x''$
		$x'<-4<-1<x''$
$+\infty$	$-\infty$	

پاسخهای رسیده از: غلامرضاحاجی‌ـکاوه‌افرا‌ـمحمود عجمی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ فرامرز رهبر ـ مرتضی‌شفائی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۴ـ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

$$\sin^6x+\cos^6x=(\sin^2x+\cos^2x)^3-$$
$$-3\sin^2x\cos^2x(\sin^2x+\cos^2x)=a$$

و پس از اختصار : $\sin^2 2x=\frac{4-4a}{3}$

برای اینکه معادله جواب داشته باشد باید :

$$0<\frac{4-4a}{3}\le 1 \rightarrow \boxed{\frac{1}{4}\le a<1}$$

۱) در ازاء $a=1$ داریم

$$\sin^2 2x=0 \Rightarrow 2x=K\pi \Rightarrow x=\frac{K\pi}{2}$$

در فاصلهٔ صفر و 2π چهارکمان به اندازه‌های 0 و $\frac{\pi}{2}$ و π و $\frac{3\pi}{2}$ حاصل می‌شود که در دایرهٔ مثلثاتی مربعی را تشکیل می‌دهند .

۲)درازاء $a=\frac{1}{4}$ داریم .

$$\sin x^2 2x=1 \quad 2x=K\pi\pm\frac{\pi}{2} \text{ و } x=K\pi\pm\frac{\pi}{4}$$

که بین صفر و 2π چهارکمان $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ به دست می‌آید که بازهم یك مربع می‌سازند .

۳) درازاء مقادیر $\frac{1}{4}<a<1$ برای معادله‌جوابهای‌زیر به دست می‌آید .

$$x=\frac{K\pi}{2}\pm\frac{1}{2}\text{Arc}\sin\sqrt{\frac{4-4a}{4}}$$

اگر $\alpha=\frac{1}{2}\text{Arc}\sin\sqrt{\frac{4-4a}{3}}$ اختیار شود در فاصلهٔ صفر و 2π کمانهای زیررا خواهیم داشت :

$$x_1=\alpha \text{ و } x_2=\frac{\pi}{2}-\alpha \text{ و } x_3=\frac{\pi}{2}+\alpha$$

$$x_4=\pi-\alpha \text{ و } x_5=\pi+\alpha \text{ و } x_6=\frac{3\pi}{2}-\alpha$$

$$x_7=\frac{3\pi}{2}+\alpha \text{ و } x_8=2\pi-\alpha$$

این کمانها در دایرهٔ مثلثاتی هشت ضلعی تشکیل می‌دهند که اضلاع ۱ و ۳ ، ٤ و ۷ باهم و اضلاع ۲ و ٤ و ٦ و ۸ آن نیز با هم برابرند . برای اینکه این هشت ضلعی منتظم باشد کافی است که اندازه کمان تغییر یکی از اضلاع آن برابر با $\frac{\pi}{٤}$ باشد یعنی تفاضل دو کمان متوالی از هشت کمان فوق باید $\frac{\pi}{٤}$ باشد مثلا :

$$x_٢ - x_١ = \frac{\pi}{٢} - ٢\alpha = \frac{\pi}{٤} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{٨}$$

$$\frac{١}{٢}\,\mathrm{Arcsin}\sqrt{\frac{٤-٤a}{٣}} = \frac{\pi}{٨}$$

$$\mathrm{Arcsin}\sqrt{\frac{٤-٤a}{٣}} = \frac{\pi}{٤}$$

$$\sqrt{\frac{٤-٤a}{٣}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢} \quad \text{یا} \quad \frac{٤-٤a}{٣} = \frac{١}{٢} \quad \text{و}$$

$$a = \frac{٥}{٨} \quad \text{و} \quad x = \frac{K\pi}{٢} \pm \frac{\pi}{٨}$$

پاسخهای درست رسیده : محمود عجمی‌محمد جواد غفوری ششم ریاضی دبیرستان ناصر خسرو ـ فرامرز رهبر ـ کاوه افرا

پاسخهای رسیده از : رحیم محمدی ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ غلامرضا حلی ـ فرامرز پسور قلی زاده ـ مرتضی شفائی .

حل مسئلهٔ ۱۶۸۵ـ عدد مطلوب را $\overline{abcd}$ فرض کنیم. داریم .

$$\begin{cases} \overline{abcd} - (\overline{ab} + \overline{cd}) = K^٢ & (١) \\ \overline{abcd} + ٥٩٤ = \overline{bcda} & (٢) \end{cases}$$

از رابطهٔ (۱) نتیجه می‌شود

$$٩٩\overline{ab} = K^٢ \qquad \text{یا} \qquad ٩ \times ١١\overline{ab} = K^٢$$

عدد دورقمی $\overline{ab}$ برابر با یکی از اعداد ۱۱ و ٤٤ و ۹۹ می‌تواند باشد یعنی با $a-b=١$ و یا $a-b=٤$ و یا $a=b=٩$

از رابطهٔ (۲) حاصل می‌شود $\overline{cd} = ١١a + ٦٦$ و نتیجه می‌شود که فقط $a=١$ قابل قبول بوده و درازاء آن $\overline{cd}=٧٧$ می‌باشد . بنابراین مسئله فقط دارای یك جواب ۱۱۷۷ می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده از : محمود عجمی ـ فؤاد سینائی ـ مرتضی شفائی ـ حسین نعمی ـ کاوه افرا ـ غلامرضا حلی ـ فرامرز رهبر ـ فیروز بایرامی پنجم ریاضی ـ رحیم محمدی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۶ـ ریشه‌های معادله را a و b می ـ نامیم که بنابر فرض اعداد صحیح مثبت فرد می‌باشند . عبارت داده‌شده را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$A = q^٢[(q+١)^٢ - p^٢]$$
$$A = q^٢(q+١+p)(q+١-p)$$

از روابط بین ضرایب و ریشه‌ها استفاده می‌کنیم

$$A = a^٢b^٢(ab+١+a+b)(ab+١-a-b)$$
$$A = a^٢b^٢(a+١)(b+١)(a-١)(b-١)$$

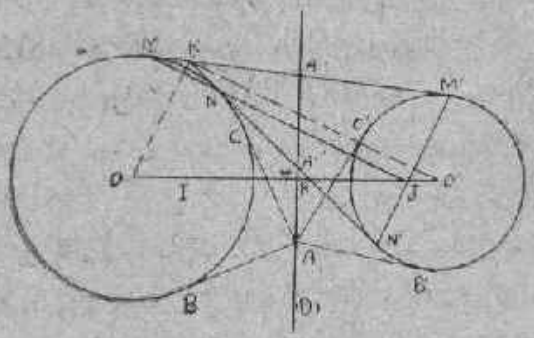
a و $a+١$ و $a-١$ سه عدد متوالی می‌باشند پس یکی از آنها بر ۳ بخش پذیر است و چون a فرد است پس $a+١$ و $a-١$ زوج بوده و چون دو عدد زوج متوالی هستند حاصل ضرب آنها بر ۸ بخش پذیر است بنابراین حاصل ضرب سه عدد فوق بر ۲٤ قابل قسمت است . به همین ترتیب حاصل ضرب $b(b-١)(b+١)$ نیز بر ۲٤ قابل قسمت بوده و A بر ۵۷٦ بخش‌پذیر است .

پاسخهای درست رسیده از : حسین نعمتی پنجم ریاضی ـ مرتضی شفائی ـ کاوه افرا .

حل مسئلهٔ ۱۶۸۷ ـ چون A بر محور اصلی دو دایره واقع است .

بنابراین $AB = AC = AB' = AC'$

دایرهٔ (A) بر چهار نقطهٔ B و C و B' و C' گذشته وچون شعاع آن هم بر دایره O و هم بر دایره O' مماس است پس این دایره بر هر یك از دو دایرهٔ O و O' عمود است .



۲) قوت نقطهٔ A نسبت به دایرهٔ (O) برابر است با

$$\overline{AB}^٢ = \overline{OA}^٢ - R^٢ \quad \text{و} \quad \overline{OA}^٢ = \overline{OH}^٢ + \overline{HA}^٢$$
$$\overline{AB}^٢ = \overline{OH}^٢ + HA^٢ - R^٢$$

قوت H نسبت به دایرهٔ (A) برابر با :

$$p = \overline{HA}^٢ - \overline{AB}^٢ = HA^٢ - \overline{OH}^٢ - \overline{HA}^٢ + R^٢ =$$
$$= R^٢ - \overline{OH}^٢$$

اگر ω وسط OO' باشد داریم

$$\overline{OH}=\overline{O\omega}+\overline{\omega H}=\frac{d}{2}+\frac{R^2-R'^2}{2d}=\frac{d^2+R^2-R'^2}{2d}$$

$$p=R^2-\left(\frac{d^2+R^2-R'^2}{2d}\right)^2=\frac{4d^2R^2-(d^2+R^2-R'^2)^2}{4d^2}$$

$$p=\frac{(d+R+R')(d-R+R')(d+R-R')(R+R'-d)}{4d^2}$$

نتیجه‌می‌شود که p ثابت بوده به‌وضع نقطهٔ A بستگی ندارد.

۳) چون دو دایرهٔ (O) و (O') متخارج فرض شده‌اند پس $d>R+R'$ و باتوجه به مقداری که برای p به دست آمده است نتیجه می‌شود که $p<0$ است یعنی H در داخل دایرهٔ (A) واقع می‌شود و این دایره OO' را در دو نقطهٔ I و J متقارن نسبت به H قطع می‌کند و داریم

$$p=-\overline{HI}^2=-\overline{HJ}^2$$

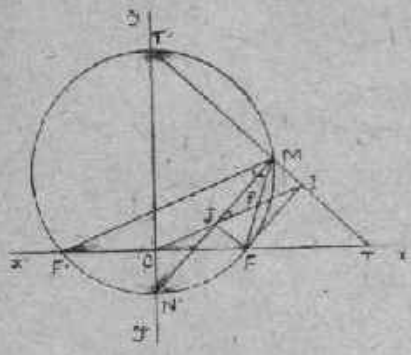
وچون p برابر بامقدار ثابت است پس $HI=HJ$ برابرمقدار ثابت بوده و نقطه‌های I و J ثابت می باشند.

۴) اگر K نقطهٔ تلاقی MM' با NN' باشد OK نیمساز زاویهٔ MKN و $O'K$ نیمساز زاویهٔ $M'KN'$ بوده پس OK بر $O'K$ عمود است و چون $O'K$ بر $M'N'$ نیز عمود است پس OK با $M'N'$ موازی است و چون MN بر OK عمود است پس بر موازی آن یعنی $M'N'$ نیز عمود است.

بنابرآنچه در قسمت ۳) ثابت شد دایره‌های با قطرهای MM' و NN' بر I و J می‌گذرند (مرکزهای آنها A' و A'' بر Δ واقعند) ونسبت به این دو دایره زاویه‌های NJN' و NIN' و همچنین MJM' و MIM' قائمه هستند ونتیجه می‌شود NJ در نقطهٔ J بر $M'N'$ عمود است یعنی MN و $M'N'$ یکدیگر را در J (یا I) قطع می‌کنند.

پاسخهای درست رسیده از: محمود عجمی ـ غلامرضا حلی.

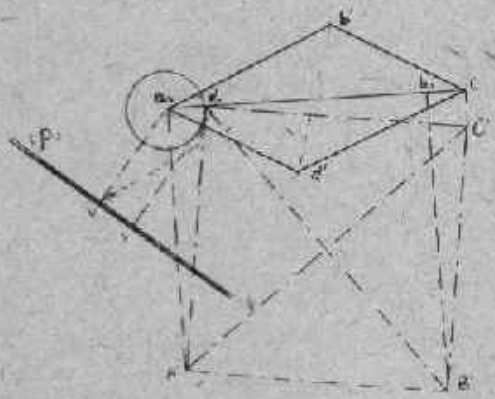
حل مسئلهٔ ۱۶۸۸ ـ نیساز زاویهٔ داخلی یك رأس از هر مثلث، عمود منصف ضلع مقابل آن رأس را روی دایرهٔ محیطی مثلث قطع می‌کند. دایرهٔ محیطی مثلث MFF' را (C) می‌نامیم، چون MN نیمساز زاویهٔ داخلی M از این مثلث و yy' عمود منصف FF' است پس N بر دایرهٔ (C) واقع است. زاویهٔ $T'MN'$ قائمه و محاطی است پس T' انتهای دیگر قطر گذرندهٔ بر T' از دایرهٔ (C) بوده و T' نیز بردایرهٔ (C) قرار دارد.



۲) دو مثلث MTN و $MT'N'$ که اضلاعشان نظیر به نظیر بر یکدیگر عمودند متشابه می‌باشند و چون تناسب اضلاع آنها را نوشته و آنرا بصورت حاصل ضرب در بیاوریم بادر نظر گرفتن جهت مثبت و منفی روی MN و MT رابطهٔ مطلوب به دست می‌آید.

۳) در مستطیل $MIFJ$ نقطهٔ تلاقی دوقطر یعنی P وسط MF می‌باشد ومثلث MPJ متساوی‌الساقین بوده نتیجه می‌شود زاویه‌های MJP و JMP با هم برابرو در ضمن با $F'MJ$ نیز برابر باشند وخط JI با MF' موازی بوده و چون ضلع MF از مثلث MFF' را نصف کرده است پس از O وسط ضلع FF' می‌گذرد.

حل مسئلهٔ ۱۶۸۹ ـ باتسطیح صفحهٔ مربع برصفحهٔ مقایسه تسطیح مربع را رسم نموده آن را ترفیع می‌نمائیم، قراز قطر AC برابر است با $\frac{4}{3}$ پس قراز قطر BD برابر با $\frac{3}{4}$ است.



طول AC=BD برابر با ۱۰ حساب می‌شود

بنابراین bd=۶ و اختلاف رقوم نقاط B و D برابر ۸ به دست می‌آید و چون مجموع رقومهای B و D بامجموع رقومهای A و C مساوی و برابر با ۸ است پس رقوم یکی ازنقاط B و D مثلا D برابربامفر و رقوم B برابربا۸ است

ثانیاً مقیاس شیب P را که شیب آن ۱ بوده و بر a_1 c_1 می گذرد رسم می کنیم و تصاویر نقاط a_1 و c_1 بر صفحهٔ P بر همین نقاط منطبق است و رقوم آنها نسبت به صفحهٔ P برابر یا صفر می‌باشد . تصاویر رأسهای b_1 و d_1 را بر صفحهٔ P به b' و d' می نمائیم برای تعیین فاصلهٔ B از صفحهٔ P یعنی رقوم آن نسبت به این صفحه ، اگر نقطهٔ تلاقی خط مصور B را با صفحهٔ P به E نمایش دهیم e بر b منطبق بوده با توجه به اینکه cc=۱ و شیب EC یا AC برابر $\frac{۳}{۴}$ است رقوم e برابر با ۱٫۷۵ به دست می‌آید . داریم .

BE=۷−۱٫۷۵=۶٫۲۵ و

$$BB'=BE.\cos ۴۵^\circ=۶٫۲۵\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\approx ۴٫۴$$

یعنی رقوم B نسبت به صفحهٔ P برابر با ۴٫۴ درقوم D برابر با ۴٫۴− است .

پاسخهای رسیده از : فرامرز رهبر ـ کاوه افرا

مسائل متفرقه

حل مسئلهٔ ۱۶۹۰ـ نامساوی داده شده به صورت‌زیر نوشته می‌شود

$$\frac{(a+۱)+(b+۱)+(c+۱)}{۳}\geq\sqrt[۳]{(a+۱)(b+۱)(c+۱)}$$

و بنابر قضیهٔ مربوط به نا مساویها مذکور در شمارهٔ ۸ یکان محقق می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده از : رحیم‌محمدی ـ فرامرز مسیحی ششم ریاضی دبیرستان البرز ـ کاوه‌افرا ـ حسین اسدپور حسین نعمتی ـ فیروز بایرامی.

پاسخهای رسیده از : پرویز محمدی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۱ـ بنابر روابط بین ریشه‌ها وضرایب معادله داریم :

$$\begin{cases}a+b+c=۱\\ab+bc+ca=۵\\abc=۳\end{cases}$$

از رابطهٔ اول دستگاه نتیجه می‌شود .

$a+b=۱-c$ و $b+c=۱-a$ و $c+a=۱-b$

و از آنجا و با استفاده از روابط دیگر دستگاه حاصل خواهد شد :

$$۱-a+۱-b+۱-c=-۲$$

$$(۱-b)(۱-c)+(۱-c)(۱-a)+(۱-a)(۱-b)=۶$$

$$(۱-a)(۱-b)(۱-c)=-۲$$

و معادلهٔ مطلوب عبارت می‌شود از

$$x^۳-۲x^۲+۶x-۲=۰$$

پاسخهای درست رسیده از: فرامرز رهبر ـ حسین اسدپور ـ فرامرز مسیحی محمود عجمی ـ احمد نیك فطرت فرامرز پور قلی‌زاده ـ سعیدی‌کیا ـ حسین نادمپورلنگرودی .

پاسخهای رسیده از : محمود صابر همیشکی پنجم ریاضی دبیرستان مورگان لاهیجان ـ کاوه افرا ـ مرتضی‌شفائی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۲ ـ اگر α و β و γ ریشه‌های‌معادله فرض شوند و $\alpha=\beta$ باشد داریم

$$\begin{cases}\alpha+\beta+\gamma=۲\alpha+\gamma=۰\\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\alpha^۲+۲\alpha\gamma=۳a\\ \alpha\beta\gamma=\alpha^۲\gamma=-b\end{cases}$$

چون از روابط اول و دوم دستگاه مقادیر α و γ را بر حسب a حساب کرده ودر رابطهٔ سوم قرار دهیم به‌دست‌می‌آید:

$$b^۲+۴a^۳=۰$$

پاسخهای درست رسیده از : حسین نامپور ـ احمد نیك فطرت ـ محمود عجمی ـ حسین اسدپور ـ حسین نعمتی فرامرز مسیحی ـ کاوه افرا ـ رحیم محمدی ـ سعیدی‌کیا ـ فرامرز رهبر ـ احمد گلپایانی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ ولی‌الله‌اردشیری ـ غلامرضا حلی .

پاسخهای رسیده‌از : محمد رضا مرعشی پور ـ محمود صابر همیشکی .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۳ ـ معادله را می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم

$$x^۳+ax^۲+bx+c\equiv(x^۳+Ax+B)(x-B)$$

چنانچه طرف دوم را مرتب و متحد باطرف اول قرار دهیم به دست می‌آید

$$\begin{cases} a = A - B \\ b = B - AB \\ C = -B^2 \end{cases}$$

باحذف A و B بین سه رابطه حاصل خواهد شد :

$$(b-c)^2 + c(1-a)^2 = 0$$

پاسخهای درست رسیده از : ولی‌الله اردشیری ـ احمد گلبابائی ـ فرامرز مسیحی ـ حسین اسد پور ـ احمد نیك فطرت ـ کاوه افرا ـ محمود عجمی ـ محمد سعیدی کیا ششم‌ریاضی‌دبیرستان‌البرز ـ محمدرضامرعشی‌پور ـ رحیم‌محمدی حسین نعمتی ـ حسین نادمپور ـ محمد رضا غلامی ـ فرامرز پور قلی‌زاده ـ مرتضی شفائی ـ غلامرضا حلی .

پاسخ رسیده از محمود سابر همیشگی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۴ ـ اولا حل معادله :

$$\cos 3x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \quad \text{و} \quad 3x = 2K\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{2K\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$$

جوابهای متمایز معادله واقع بین صفر و 2π عبارتند از .

$$\frac{\pi}{9} \quad \text{و} \quad \frac{7\pi}{9} \quad \text{و} \quad \frac{13\pi}{9}$$

ثانیاً می توانیم بنویسیم $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x = \frac{1}{2}$

$$8\cos^3 x - 6\cos x - 1 = 0$$

جوابهای این معادله عبارتند از $\cos\frac{\pi}{9}$ و $\cos\frac{7\pi}{9}$ و $\cos\frac{13\pi}{9}$ و بنابر روابط بین ضرایب و ریشه‌ها روابط مطلوب حاصل می‌شود .

پاسخهای درست رسیده از : غلامرضا حلی ـ کاوه افرا ـ حسین نادمپور ـ حسین نعمتی ـ محمود عجمی ـ احمد نیك فطرت ـ حسین اسدپور ـ فرامرز رهبر ـ فیروز بایرامی سعیدی‌کیا ـ اسدالله‌مس فروش ـ احمدقندی ـ محمدرضامرعشی‌پور فرامرزپور قلی زاده ـ رحیم‌محمدی.

حل مسئلهٔ ۱۶۹۵ ـ داریم

$$\cot g\frac{\pi}{2^n} = \frac{2\cos^2\frac{\pi}{2^n}}{2\sin\frac{\pi}{2^n}\cos\frac{\pi}{2^n}} = \frac{\cos\frac{\pi}{2^n}}{\sin\frac{\pi}{2^n}} =$$

$$= \frac{1+\cos\frac{\pi}{2^{n-1}}}{\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}} \quad \text{و}$$

$$\cot g\frac{\pi}{2^n} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}} + \cot g\frac{\pi}{2^{n-1}}$$

$$\cot g\frac{\pi}{2^{n-1}} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{2^{n-2}}} + \cot g\frac{\pi}{2^{n-2}}$$

$$\cot g\frac{\pi}{2^2} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{2}} + \left(\cot g\frac{\pi}{2} = 0\right)$$

از جمع نظیر به نظیر طرفین روابط فوق رابطهٔ داده شده حاصل می‌شود .

پاسخهای درست رسیده از : ولی‌الله اردشیری ـ محمد جواد غفوری ـ غلامرضا حلی ـ فؤاد سینائی ـ حسین نادمپور .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۶ ـ حل این مسئله به عنوان حل مسائل نمونه در همین شماره از مجله چاپ شده است .

پاسخهای درست‌رسیده از : محمود عجمی، حشمت‌الله امینی ششم ریاضی دبیرستان امیرکبیر تویسرکان .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۷ـ مختصات نقطهٔ نظیر ماکزیمم و مینیمم تابع عبارتست از

$$P\left(x = \frac{-b}{2a} \quad \text{و} \quad y = \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

۱) اگر a متغیر و b و c ثابت باشند با حذف a بین x و y معادلهٔ مکان عبارت از $y = \frac{b}{2}x + c$ و مکان خط مستقیم می‌باشد

۲) b متغیر ، a و c ثابت باشند . پارامتر b راحذف می‌کنیم $y = -ax^2 + c$ به دست‌می‌آید که معادلهٔ یك سهمی می‌باشد

۳) c متغیر ، b و a ثابت باشند معادلهٔ مکان همان $x = -\frac{b}{2a}$ و خط مستقیم است .

پاسخهای درست رسیده از : فرامرز مسیحی ـ غلامرضا حلی ـ محمود عجمی .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۸ ـ با توجه به‌اینکه

۱ − ۲۰۰۰ = ۱۹۹۹ داریم

$$1999 \times \overline{abcd} = 2000 \times \overline{abcd} - \overline{abcd}$$

در تفریق اخیر سه رقم سمت راست مفروق منه برابر با صفر می‌باشد. چنانچه فرض کنیم تفاضل از سمت راست به‌چهار رقم برابر با t ختم شده باشد تفریق به‌صورت زیر خواهد بود

$$\begin{array}{r} \cdots 2d \quad \cdots - \\ a\ b\ c\ d \\ \hline t\ t\ t\ t \end{array}$$

و روابط زیر نتیجه می‌شود

$t+d=10$ و $t+c-t+b=9$ و

$t+a+1=2d$ یا $2d+10$ یا $2d-10$

و مقادیر a و b و c و d برحسب t به دست می‌آید:

$b=9-t$ و $c=9-t$ و $d=10-t$

و برای $t=1$ و ۲ و ۳ : $a=9-3t$

برای $t=4$ و ۵ و ۶ : $a=19-3t$

برای $t=7$ و ۸ و ۹ : $a=19-3t$

در ازاء مقادیر $t=1$ و ۲ و ۰۰۰ و ۹ اعداد چهار رقمی مطلوب تعیین می‌شوند.

پاسخ رسیده از : غلامرضا حلی.

حل مسئلهٔ ۱۶۹۹ ـ فرض کنیم $y=ax^n$ باید داشته باشیم $ay^n=2x^2$

$$a(ax^n)^n=3x^2 \text{ یا } a^{n+1}x^{n^2}=3x^2$$

$$n^2=2 \text{ و } n=\pm\sqrt{2} \text{ و } a^{\pm\sqrt{2}+1}=3$$

$$a=3^{\pm\sqrt{2}-1} \text{ و } y=\frac{1}{3}(3x)^{\pm\sqrt{2}}$$

پاسخ رسیده از غلامرضا حلی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۰ ـ معادلهٔ‌ای داده‌شده به‌صورت زیر تجزیه می‌شوند

۱) $(2x+y-4)(x-y)=0$

۲) $(2x+y-4)(3x-y-2)=0$

نمایش هندسی هرتابع از دوخط مستقیم تشکیل‌شده است و یك خط درهر دونمایش هندسی مشترك است ونه‌تنهامختصات پنج نقطه بلکه مختصات جمیع نقاط واقع بر خط $2x+y-4=0$ دردو معادلهٔ (۱) و (۲) صدق خواهندکرد

پاسخ رسیده از : غلامرضا حلی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۱ ـ به عنوان مسئلهٔ نمونه در همین شمارهٔ مجله درج شده است.

حل مسئلهٔ ۱۷۰۲ ـ اگر اندازهٔ یك ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع را a فرض کنیم ومساحت آنرا S، داریم

$S=a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$ و چنانچه مختصات سه رأس مثلث اعداد صحیح باشند (منطق باشند) با توجه به رابطهٔ

$$a^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$$

لازم می‌آیدکه a^2 صحیح باشد وازآنجا مقدار S برابر بایك مقدار گنگ بوده و این غیرممکن است (چون اگر مختصات سه رأس یك مثلث اعداد منطق باشند مساحت آن نیزعدد منطق خواهد بود. یکان شمارهٔ ۹ صفحهٔ ۲۱) بنابراین مثلث متساوی‌الاضلاعی وجود ندارد که مختصات سه رأس آن اعداد صحیح باشند.

حل مسئلهٔ ۱۷۰۳ ـ فرض کنیم a و b نمایش دو عدد باشد و $a>b$ (دراین صورت اولین رقم سمت چپ b ازاولین رقم سمت چپ a کوچکتر خواهد بود). چنانچه a دارای n رقم باشد داریم $a<10^n$ و در نتیجه $ab<b\times 10^n$ ولازم می‌آید اولین رقم ab (از سمت چپ) از اولین رقم $b\times 10^n$ کهمان اولین رقم‌سمت چپ b است کوچکتر باشد. بنابراین ممکن نیست که رقم سمت چپ حاصل ضرب دوعدد بین اولین ارقام (از سمت چپ) آن دوعدد واقع باشد.

حل مسئلهٔ ۱۷۰۴ ـ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.

$$R=\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ$$

و $-\frac{1}{2}(\cos 36-\cos 60)\cos 36$

$\sin 36=\cos 54^\circ$ یا $2\sin 18\cos 18-4\cos^2 18-3\sin 18$

و پس از اختصار نتیجه خواهد شد

$4\sin^2 18+2\sin 18-1=0$ و $\sin 18^\circ=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

$\cos 36^\circ=1-2\sin^2 18^\circ=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

$$R=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}-\frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{5}+1}{4}=\frac{1}{8}$$

پاسخهای درست رسیده از : محمد جواد غفوری ـ محمود عجمی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۵ ـ داریم $AB=6$ و $BC=8$ و فرض می‌کنیم $CD=x$ چنانچه M وسط AC و N درمثلث MD ابتدا از M و P وسط AD باشد. وجهت از A به D را جهت مثبت اختیارکنیم داریم.

$\overline{AM}=\frac{6+8}{2}=7$ و

$$\overline{MN}=\frac{\overline{MD}}{3}=\frac{\overline{AD}-\overline{AM}}{3}=\frac{14+x-7}{3}=\frac{7+x}{3}$$

$$\overline{AN}=\overline{MN}-\overline{MA}=\frac{۷+x}{۳}+۷=\frac{۲۸+x}{۳}$$

$$\overline{NP}=\frac{\overline{NB}}{۴} \quad \text{یا} \quad \overline{AP}-\overline{AN}=\frac{۱}{۴}(\overline{AB}-\overline{AN})$$

$$\frac{۱۴+x}{۲}-\frac{۲۸+x}{۳}=\frac{۱}{۴}\left(۶-\frac{۲۸+x}{۳}\right)$$

پس از اختصار $x=۶$ به دست می‌آید

حل مسئلهٔ ۱۷۰۶ـ با طریقی مشابه باراه حل مسئلهٔ قبل به دست خواهیم آورد

$$\overline{OP}=\frac{۱}{۴}(x_۱+x_۲+x_۳+x_۴)$$

حل مسئلهٔ ۱۷۰۷ـ شرط اینکه دو معادلهٔ درجهٔ دوم

$ax^۲+bx+c=۰$ و $a'x^۲+b'x+c'=۰$

دارای یك ریشهٔ مشترك باشند آنست که :

$$(ac'-ca')^۲=(ab'-ba')(bc'-cb')$$

و مقدار ریشهٔ مشترك عبارت خواهد بود از

$$x=\frac{ca'-ac'}{ab'-ba'}$$

نسبت به معادله‌های داده شده را بطهٔ فوق محقق بوده و نتیجه می‌شود $x=c$ ریشهٔ مشترك دو معادلهٔ

(۱) $x^۲+ax+bc=۰$ و (۲) $x^۲+bx+ca=۰$

می‌باشد ریشهٔ غیرمشترك برای معادلهٔ اول $x=b$ بوده وبرای معادلهٔ دوم $x=a$ و هر کدام ازاین ریشه‌ها چنانچه در این معادلات صدق کنند درمعادله $x^۲+cx+ab=۰$ (۳) نیز صدق خواهند کرد.

پاسخهای درست رسیده از : محمود عجمی ـ حسین نعمتی .

راه حل انتخابی آقای عجمی به ترتیب زیر است : طرفین معادله‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم ، می‌شود $(a-b)(x-c)=۰$ پس $x=c$ ریشهٔ مشترك دو معادله است و بعد معلوم می‌شود که ریشه‌های دیگر معادله‌های (۱) و (۲) در معادلهٔ (۳) نیز صدق می‌کنند .

حل مسئلهٔ ۱۷۰۸ـ اگر عدد مطلوب را

$N=a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}\cdots$ فرض کنیم عدهٔ مقسوم علیه‌های آن از رابطهٔ $(\alpha+۱)(\beta+۱)\cdots$ به دست می‌آید و وقتیکه عدهٔ مقسوم‌علیه‌ها برابر با ۶ باشد چون ۶ فقط به دوصورت ۶×۱ و ۳×۲ تجزیهٔ به عوامل می‌شود از این جهت یادآوریم .

$\alpha+۱=۶$ و $\beta+۱=\gamma+۱=\cdots=۱$

$\alpha=۵$ و $\beta=\gamma=\cdots=۰$

و N به‌صورت $N=a^۵$ بوده جواب قابل قبول فقط $N=۲۴۳$ می‌باشد.

و یا داریم

$\alpha+۱=۳$ و $\beta+۱=۲$ و $\gamma+۱=\cdots=۱$

$\alpha=۲$ و $\beta=۱$ و $\gamma=\cdots=۰$

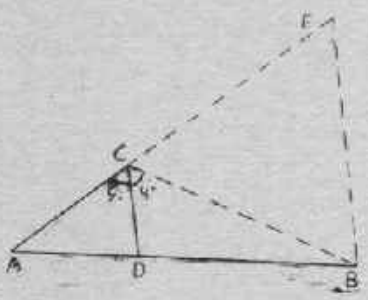
و $N=a^۲b$ می‌باشد که a و b اعداد اول هستند و چون $۲۰۰<a^۲b<۳۰۰$ باشد باتوجه به‌اینکه $a^۲\geq۴$ و $b\geq۲$ داریم $۴<a^۲<۱۵۰$ و برای $a^۲$ مقادیر قابل قبول

$a^۲=۴$ و ۹ و ۲۵ و ۴۹ و ۱۲۱

حاصل می‌شود . درازاء هر مقدار از اعداد فوق مقادیر قابل قبول b حساب شده ودر نتیجه مسئله‌دارای جوابهای‌زیرمی‌باشد

$N=۲۰۷$ و ۲۱۲ و ۲۳۶ و ۲۴۲ و ۲۴۴ و ۲۴۵ و ۲۶۱ و ۲۶۸ و ۲۷۵ و ۲۷۹ و ۲۸۴ و ۲۹۲

حل مسئلهٔ ۱۷۰۹ ـ در مثلث ABC اندازهٔ زاویهٔ C برابر ۱۲۰° است (درچاپ صورت مسئله اشتباه شده و ۶۰° ذکر شده است) به‌ضلع BC ودرخارج مثلث ، مثلث‌متساوی‌الاضلاع BCE را می‌سازیم. نیمساز CD با BE موازی بوده و بنا بر رابطهٔ تالس داریم .

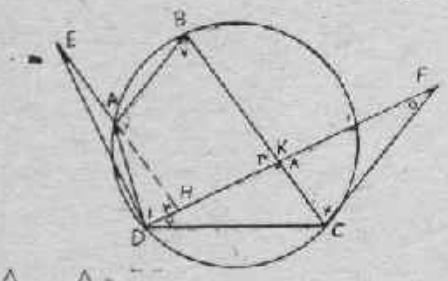


$$\frac{BE}{CD}=\frac{AE}{AC}=\frac{AC+CE}{AC}=۱+\frac{BC}{AC}$$

از تقسیم طرفین رابطه بر BC حاصل خواهد شد

$$\frac{۱}{CD}=\frac{۱}{CA}+\frac{۱}{CB}$$

حل مسئلهٔ ۱۷۱۰ـ AE را امتداد می‌دهیم تا DF را در H قطع کند مطابق شکل و طبق مفروضات مسئله داریم



$\hat{H}_۲=\hat{K}_۲=\hat{K}_۸$

$\hat{C}_۴+\hat{F}+\hat{K}_۸=\hat{C}_۴+\hat{F}+\hat{H}_۲=۱۸۰^\circ$

$\hat{B}+\hat{D}_۱+\hat{D}_۲=۱۸۰^\circ$

$\hat{C}_۴+\hat{F}+\hat{H}_۲=\hat{B}+\hat{D}_۱+\hat{D}_۲$

(دنباله در صفحهٔ بعد)

حل مسائل نمونه

بعد از انتشار شمارهٔ ۱۰ نامه‌ای به امضاء «معلم» راجع به حل مسئلهٔ شمارهٔ ۱۶۶۲ مذکور درشمارهٔ مزبور دریافت‌شد. این همکار محترم چنین نوشته است :

راه حلهایی که برای حل مسئلهٔ هندسهٔ نمونهٔ کلاس چهارم ریاضی (شمارهٔ ۱۰ـ ص ۳۸) آورده بودید به دل من نچسبید. معلمی قدیمی و مدتی از کار درس و بحث برکنارم. کوشیدم وراء حل مناسبتری به نظرم رسید که آن را برای مجله می‌فرستم.

مسئله ـ در داخل مربع ABCD نقطهٔ E چنان انتخاب‌شده است که اندازهٔ هر یك از دوزاویهٔ ADE و DAE برابر ۱۵ درجه است. ثابت کنید که مثلث AEC متساوی‌الاضلاع است

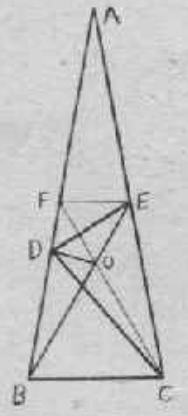
راه حل : برضلع BC از مربع و در داخل آن بیش از یك مثلث متساوی‌الاضلاع نمی‌توان ساخت. فرض می‌کنیم این مثلث BFC باشد. بدیهی است که F و E هردو بر دو عمود منصف دو قاعدهٔ مربع واقعند و نیز آشکار است که مثلث FCD متساوی‌الساقین وزاویهٔ FDC از آن ۷۵° است. زاویهٔ EDC نیز به فرض ۷۵° است. بنابراین وبه ناچار E و F بریکدیگر منطبق خواهند بود و مثلث BEC که چیزی جز مثلث BFC نیست متساوی‌الاضلاع خواهد بود.

حل یك مسئلهٔ جالب
برای دانش آموزان کلاسهای چهارم

حل از : محمدعلی شیخان

قرار بود حل این مسئله و چند مسئلهٔ دیگر که توسط آقای شیخان تهیه شده است در یکان سال چاپ شود. اما چون تاکنون چندین ده‌نامه‌داشته‌ایم که‌نویسندگان آنها حل‌این‌مسئله‌را خواستاربوده‌اند، حل این مسئله دراین شماره درج گردید. راهٔ حلی مشابه با راه حل ذیل توسط ناشناسی که هویت خود راروی‌ورقه ننوشته است‌یك هفته قبل‌واصل‌شده‌است.

۳۲۰۷ ـ مثلث متساوی‌الساقین ABC که درآن $AB=AC$ و زاویهٔ $A=20^\circ$ است مفروض است. نقاط D و E را به ترتیب بر اضلاع AB و AC چنان انتخاب می‌کنیم که اندازهٔ زاویهٔ BCD برابر با ۵۰° و اندازهٔ زاویهٔ CBE برابر با ۶۰° باشد. ثابت کنید اندازهٔ زاویهٔ BED برابر با ۳۰° است.



حل : قبلاملاحظه‌می‌کنیم که

$$\hat{ABC}=\hat{ACB}=80^\circ$$

و

$$\hat{BDC}=\hat{BCD}=50^\circ$$

$$\hat{EBC}=60^\circ$$

EF را موازی با BC می‌کشیم. چنانچه O محل تلاقی دو قطر دوزنقهٔ متساوی‌الساقین BCEF باشد مثلثهای OBC وOEF متساوی‌الاضلاع می‌باشند وداریم

$$OB=OC=BC=BD$$

از آنجا :

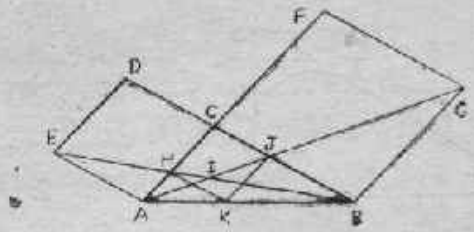
بقیه از صفحهٔ قبل

$$\hat{B}=\hat{C}_1 \text{ و } \hat{D}_1=\hat{F} \quad \rightarrow \quad \hat{D}_1=\hat{H}_2$$

و نتیجه می‌شود مثلث ADH متساوی‌الساقین باشد یعنی $AD=AH$ و چون $AD=AE$ پس در مثلث DEH که میانهٔ AD با نصف‌ضلع EH مساویست زاویهٔ EDH قائمه‌است

پاسخ درست رسیده از : حسین نعمتی.

حل مسئلهٔ ۱۷۱۱ ـ ازJ موازی با AC رسم‌می‌کنیم



که AB را در K قطع می کند و HK را وصل می‌کنیم به‌سادگی ثابت می‌شود که چهار ضلعی CHKJ لوزی است.

دو مثلث JAK و JCK معادلند (در قاعده مشترك و دارای ارتفاعات متساویند)، و همچنین دو مثلث HKB و HKC نیزمعادلندبنابراین مساحت لوزی CHKJ با مجموع مساحتهای دو مثلث AKJ و BKH مساویست و چون از مساحت لوزی و همچنین از مجموع مساحتهای دو مثلث مزبور ، مساحت HKIJ را کم کنیم نتیجه می‌شود که مساحت CHIJ با مساحت AIB مساوی می‌باشد.

تبصره ـ در حالت خاصی که مثلث ABC در زاویهٔ C قائمه باشد می‌توان اثبات را ساده‌تر بیان داشت.

$\widehat{BDO}=80^\circ$ و $\widehat{DOC}=140^\circ$ و $\widehat{FDO}=100^\circ$

و نتیجه می‌شود اندازهٔ هر یك از دو زاویهٔ DOF و DFO برابر با ۴۰ درجه بوده‌و دو مثلث DOE و DEF برابر باشند. بنابراین اندازهٔ هر یك ازدو زاویهٔ DEO و DEF برابر با ۳۰ درجه است .

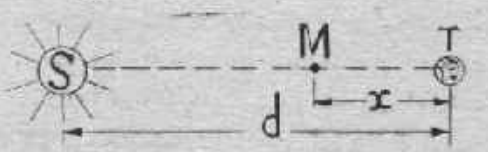
یك مسئله ازمواردا‌ستعمال‌مشتق

برای کلاسهای پنجم

۲۲۰۸ـ به فرض اینکه S نمایش خورشید ، T نمایش زمین و M نمایش یك قمر مصنوعی واقع در مسیر ST باشد ؛ فاصلهٔ زمین وخوشید را با d و فاصلهٔ زمین ومـاه مصنوعی را با x و جرم‌های خورشید و زمین و ماه مصنوعی را به ترتیب با M و m و m′ نمایش دهیم . مقدار x چقدر باشد تا شدت جاذبهٔ‌خورشید وزمین نسبت‌به قمر مصنوعی مجموعاً‌مینیموم‌باشد

حل ـ بنابر قانون نیوتون شدت جاذبهٔ زمین نسبت به قمر مصنوعی عبارتست از :

$$f=K\frac{mm'}{x^2}$$



و شدت جاذبهٔ خورشید نسبت به قمر مصنوعی عبارتست از

$$f'=K\frac{Mm'}{(d-x)^2}$$

اگر $y=f+f'$ باشد داریم

$$y=Km'\left[\frac{m}{x^2}+\frac{M}{(d-x)^2}\right]$$

$$y'=Km'\left[\frac{-2m}{x^3}+\frac{2M}{(d+x)^3}\right]$$

مقدار مشتق وقتی صفر شده و از منفی بـه مثبت تغییر علامت می‌دهد که داشته باشیم

$$\frac{m}{x^2}=\frac{M}{(d-x)^2}\quad\text{یا}\quad\frac{(d-x)^2}{x^2}=\frac{M}{m}\quad\text{یا}$$

$$\frac{d-x}{x}=\frac{\sqrt{M}}{\sqrt{m}}$$

واز این رابطه نتیجه خواهدشد

$$x=\frac{d\sqrt{m}}{\sqrt{M}+\sqrt{m}}$$

تبصرهٔ ۱ـ علامت مشتق باتشکیل جدول مربوطه مشخص می‌شود و می‌توان با استفاده از علامت مشتق دوم (برنامهٔ کلاس ششم ریاضی) درازاء مقدار x ریشهٔ مشتق اول ، معلوم‌کرد که تابع درازاء این مقدار از x می‌نیمم می‌باشد .

تبصرهٔ ۲ـ مقصود از مجموع که در مسئلهٔ بالا به‌کاررفته است غیر از منتجهٔ شدتهای جاذبه می‌باشد .

(نقل از مجموعهٔ علمی و دروس ومسائل » چاپ فرانسه)

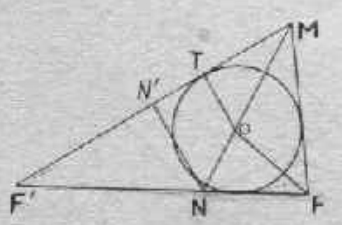
یك مسئله ازمخروطات

برای کلاس ششم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۶ ـ تصویر طول قائم در هـر نقطهٔ بیضی برشعاع حامل‌آن نقطه مقداری است ثابت (مقصود ازطول قائم قسمتی است ازآن‌که بین نقطهٔ تقاطعش بابیضی و تقاطعش بامحور کانونی‌محصورمی باشد)

فرستندهٔ‌حل : حشمت‌الله امینی دانش آموز ششم ریاضی
دبیرستان امیرکبیر تویسرکان
محمود عجمی فارغ‌التحصیل ششم‌ریاضی

فرض می‌کنیم M نقطهٔ دلخواهی از بیضی با کانونهای F و F′ و N نقطهٔ تلاقی قائم نقطهٔ M با FF′ باشد . تصویر N را بر MF′ به N′ و مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث MFF′ را به O و نقطهٔ تماس این دایره را با MF′ بـه T نمایش می‌دهیم .مسلم است‌که O بر MN قراردارد. می‌دانیم‌که



$$MT=\frac{1}{2}(MF+MF'+FF')-FF'=$$

$$=a+c-2c$$

$$MT=a-e$$

از تشابه دو مثلث MOT و MNN′ داریم

$$\frac{MN'}{MT}=\frac{MN}{MO}\qquad(1)$$

و بنـابـر خـاصیت نیمـساز ، در دو مثلث MF′N و MFN داریم

$$\frac{NO}{MO}=\frac{F'N}{F'M}=\frac{NF}{MF}=\frac{NF'+NF}{F'M+MF}=\frac{c}{a}$$

$$\frac{NO+MO}{MO}=\frac{a+c}{a} \quad \text{یا} \quad \frac{MN}{MO}=\frac{a+c}{a} \qquad (۲)$$

از مقایسهٔ تناسبهای (۱) و (۲) به دست می‌آید :

$$\frac{MN'}{a-c}=\frac{a+c}{a} \quad ، \quad MN'=\frac{a^۲-c^۲}{a}$$

$$MN'=\frac{b^۲}{a}$$

یك مسئلهٔ جالب
از حساب استدلالی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۱ـ دانش آموزی با ۹ رقم از ۱ تا ۹ یك عدد نه رقمی نوشت . آنگاه هر رقم را در رقم سمت راست خودش ضرب کرد . بدین ترتیب ۸ حاصل ضرب به دست آمد. دانش‌آموز عدد نه رقمی را چگونه بنویسد تا مجموع هشت حاصل ضرب حاصل ما کزیمم باشد .

حل ـ فرض می‌کنیم S_n نمایش یك رشته اعداد شامل n جمله و به‌صورت زیر باشد

$$A=n-a \text{ و } \ldots n-r \text{ و } \ldots \qquad (۱)$$

$$B=n-a-b \text{ و } \ldots n-s$$

و فرض می‌کنیم $S_{n+۱}$ از قراردادن جملهٔ $n+۱$ بین جمله‌های S_n از A و B به‌دست آید . چنانچه در رشته‌های S_n و $S_{n+۱}$ هریك از جمله‌ها را در جملهٔ سمت راست خود ضرب کرده و مجموع حاصل ضربها را به ترتیب E_n و $E_{n+۱}$ بنامیم داریم:

$$E_{n+۱}=E_n-AB+(n+۱)(A+B)$$

که پس از اختصار به صورت زیر درمی‌آید

$$E_{n+۱}=E_n+n^۲+۲n- \qquad (۲)$$

$$-(a^۲+ab+۲a+b)$$

رابطهٔ (۲) نشان می‌دهد که $E_{n+۱}$ وقتی ماکزیمم است که a و b هرکدام می‌نیم باشند. در ازاء $b=۰$ داریم $A=B$ بنابراین $a=۰$ و $b=۱$ اختیار می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم که :

اولا E وقتی ماکزیمم است که در رشتهٔ S_n جملهٔ $n+۱$ بین دوجملهٔ $n-۱$ و n واقع شود . جملهٔ n بین جمله‌های $n-۲$ و $n-۱$ و ...

چنانچه S_n شامل اعداد از ۱ تا n باشد ، درصورتیکه n زوج باشد داریم .

$$S_n : ۱ \text{ و } \ldots \text{ و } n-۲ \text{ و } n-۱ \text{ و } n \text{ و } \ldots \text{ و } ۲$$

و چنانچه n فرد باشد داریم

$$S_n : ۱ \text{ و } \ldots \text{ و } n-۲ \text{ و } n-۱ \text{ و } n \text{ و } \ldots \text{ و } ۲$$

مثلا در مورد $n=۲$ داریم : ۲ و ۱

در مورد $n=۳$ داریم : ۲ و ۳ و ۱

و در مورد $n=۹$ داریم :

$$S_۹ : ۱ \text{ و } ۳ \text{ و } ۵ \text{ و } ۷ \text{ و } ۹ \text{ و } ۸ \text{ و } ۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۲$$

ثانیاً ـ باتبدیل n به $n-۱$ اتحاد(۲)به صورت زیر درمی‌آید

$$E_n=E_{n-۱}+n^۲-۲$$

و از این رابطه با معلوم بودن $E_{n-۱}$ مقدار E_n حساب می‌شود . مثلا :

$$E_۱=۱\times۲=۲ \text{ و } E_۲=۲+۳^۲-۲=۹ \text{ و } \ldots$$

$$E_۹=۲۶۸$$

یك مسئلهٔ کلی

آقای محمدشریف زاده (فعلا دانش آموز کلاس پنجم ریاضی) چندماه قبل باارسال‌حل این مسئله متذکرشده بود که دریکی ازحل‌المسائلها ، راه‌حل این مسئله توام با دواشتباه فاحش چاپ شده است . وخواسته بودکه این موضوع درمجله یادآوری شود . با تهیهٔ حل‌المسائل مورد نظر ، وجود اشتباههای اشاره شده درآن معلم‌شد. راه حل ارسالی‌آقای شریف زاده ذیلا چاپ می‌شود .

۲۲۰۹ ـ مجموع n جملهٔ زیر را حساب کنید .

$$S_n=\frac{۱^۴}{۱\times۳}+\frac{۲^۴}{۳\times۵}+\frac{۳^۴}{۵\times۷}+\cdots$$

$$\cdots+\frac{n^۴}{(۲n-۱)(۲n+۱)}$$

حل ـ خارج قسمت تقسیم $n^۴$ بر

$(۲n-۱)(۲n+۱)=۴n^۲-۱$ برابر است با

$\frac{n^۲}{۴}+\frac{۱}{۱۶}$ و مانده تقسیم برابر $\frac{۱}{۱۶}$ می‌باشد پس می‌توانیم بنویسیم .

$$\frac{n^۴}{(۲n-۱)(۲n+۱)}=\frac{n^۲}{۴}+\frac{۱}{۱۶}+$$

$$+\frac{۱}{۱۶(۲n-۱)(۲n+۱)}$$

فرض می‌کنیم

$$\frac{۱}{(۲n-۱)(۲n+۱)}=\frac{A}{۲n-۱}+\frac{B}{۲n+۱}$$

مسائل برای حل

(مهلت قبول پاسخ تا آخر اسفند ۱۳۴۳ ـ دانش آموزان هر کلاس از ارسال مسائل کلاس ما قبل خودداری نمایند.)

کلاس چهارم طبیعی

۲۳۱۰ ـ با فرض $2y=x-z$ صحت تساوی زیر را محقق کنید

$$\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+y}}+\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{z+y}}=\frac{2}{\sqrt{z+y}+\sqrt{x+y}}$$

(حافظی دبیر دبیرستان نیسی)

۲۳۱۱ ـ دستگاه سه معادلهٔ سه مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ ax+by+cz=0 \\ a^2x+b^2y+c^2z=0 \end{cases}$$

(فرستنده : معصومی‌گودرزی طالقانی)

۲۳۱۲ ـ زاویهٔ xoy و نقطهٔ P واقع در داخل آن مفروض است. از P قاطعی رسم می‌کنیم تا ox را در A و oy را در B قطع کند و عمودهای AH و BK را بر OP رسم می‌کنیم.

۱) ثابت کنید دایره‌های محیطی دو مثلث AHP و BKP بریکدیگر مماس بوده و هر یك از آنها بر نقطهٔ ثابتی می‌گذرند. این دو نقطهٔ ثابت را تعیین کرده E و F بنامید.

۲) ثابت کنید دایره‌ای که برسه نقطهٔ E و O و F

بقیه از صفحهٔ قبل

و نتیجه خواهد شد $B=-\frac{1}{2}$ و $A=\frac{1}{2}$ و داریم

$$\frac{n^4}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32(2n-1)}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

دراتحادبالابه‌جای n به ترتیب‌مقادیر ۱و۲و...وnراقرارمی‌دهیم

$$\frac{1^4}{1\times3}=\frac{1^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{32\times3}$$

$$\frac{2^4}{3\times5}=\frac{2^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32\times3}-\frac{1}{32\times5}$$

$$\frac{3^4}{5\times7}=\frac{3^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32\times5}-\frac{1}{32\times7}$$

$$\vdots$$

$$\frac{n^4}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32(2n-1)}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

چنانچه طرفین رابطه‌های بالا را عضو به عضو باهم‌جمع کنیم حاصل خواهد شد.

$$S_n=\frac{1}{4}(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)+\frac{n}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

می‌دانیم که :

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

بنابراین :

$$S_n=\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}+\frac{n}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

$$S_n=\frac{n(n+1)(n^2+n+1)}{6(2n+1)}$$

می گذرد بر P نیز خواهد گذشت .

۳) دایرهٔ (C) را رسم می کنیم که مرکزش بر AB واقع بوده از P گذشته و بر Ox مماس باشد چنانچه فاصلهٔ P از Ox برابر با a و اندازهٔ زاویهٔ ABO برابر ۱۲۰° باشد . طول شعاع دایرهٔ (C) را برحسب a حساب کنید .

(محمد متکین فام ـ شهم ریاضی دبیرستان شاهپور شیراز)

۲۲۱۳ـ درمثلث ABC تفاضل دوزاویهٔ B و A برابر ۹۰° است (B>A) عمود منصف ضلع BC ضلع AC را در M قطع می کند . ثابت کنید

$$AC^2+AB^2=2AC\cdot AM$$

(پذیرفته ازحل ششم ریاضی دبیرستان صنعتی اراک)

کلاس چهارم ریاضی

هفت مسئله ازجملهٔ مسائل امتحان جبر کلاس چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه

دبیر : رحیمی افشار ـ فرستنده : فریدون امین زاده

۲۲۱۴ـ به ازاء چه مقادیر a و b عبارت

ax^4+bx^3+1 بر $(x-1)^2$ بخش پذیر است

سه مسئله ازجملهٔ مسائل امتحان جبر ثلث اول کلاس چهارم ریاضی دبیرستان اندیشه ـ دبیر : پرویز شهریاری

۲۲۱۵ـ عبارت x^3+x^2-x+11 را برحسب قوای نزولی $2x-1$ منظم کنید

۲۲۱۶ـ معادلهٔ زیررا حل کنید

$$\sqrt{x+3a}+\sqrt{x-a}=2\sqrt{a}$$

۲۲۱۷ـ اگر $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ باشد ثابت کنید

$$fff(x)=(x)$$

۲۲۱۸ـ مطلوبست حل دستگاه دومعادلهٔ دومجهولی زیر

$$\begin{cases}\sqrt{2(2+\sqrt{3})^{x-y}}=1-\sqrt{3}\\ \sqrt{2(5-2\sqrt{6})^{x^2-2y+2}}=2+\sqrt{6}\end{cases}$$

(فرستنده منصور حسنی ـ پنجم ریاضی دبیرستان پهلوی کرمان)

۲۲۱۹ـ دو دایرهٔ متساوی به شعاع R بریکدیگر مماسند. دایره‌ای رسم می کنیم که بر هر دوی آنها و بر مماس مشترک خارجی آنها مماس باشد . شعاع این دایره را برحسب R حساب کنید .

(ترجمه توسط : هوشنگ شریف زاده)

۲۲۲۰ـ مثلث ABC مفروض است . ارتفاع AH را رسم می کنیم . مطلوبست تعیین دونقطهٔ M و N بر ضلع BC به طوری که رابطهٔ زیر برقرار باشد

$$\frac{CN\cdot HM}{HN\cdot BM}=\frac{AC}{AB}$$

(حافظی)

دو مسئله از مسائل امتحان هندسهٔ چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه

دبیر : محمد حسین پرتوی ـ فرستنده : فریدون امین‌زاده

۲۲۲۱ـ از نقطهٔ تقاطع دو دایره قاطعی چنان رسم کنید که نسبت وترهای حادث در دو دایره برابر با K باشد.

۲۲۲۲ـ ثابت کنید خطی که ازیك رأس لوزی به وسطهای دو ضلع مقابل وصل شود قطر لوزی را به سه قسمت متساوی تقسیم می کند .

۲۲۲۳ـ دوعدد مثبت a و b را چنان تعیین کنید که جمله‌های $a+2b$ و $2a+b$ تساعد حسابی و جمله های $(b+1)^2$ و $ab+5$ و $(a+1)^2$ تصاعدهندسی تشکیل دهند.

در صورتی که آخرین جملهٔ هر یك از دو تصاعد فوق از ۱۰۰۰۰ کمتر باشد تعداد جمله‌های هر یك را تعیین کنید .

(مجله ریاضیات مقدماتی)

دو مسئله از مسائل امتحان متمم حساب چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه

دبیر : پرتوی ـ فرستنده : امین زاده

۲۲۲۴ـ اگر $y=5x+8$ باشد مطلوبست محاسبهٔ مجموع مقادیر y وقتی که x کلیهٔ مقادیر صحیح از ۱ تا ۳۰ را بگیرد :

۲۲۲۵ـ اگر مانتیس لگاریتم ۴۲ برابر با ۰٫۱۷۶۵۰ باشد عدد 42^{42} چند رقم خواهد داشت .

۲۲۲۶ـ ترنی باسرعت ساعتی ۶ کیلومتر از ایستگاه تهران به مقصد خرمشهر حرکت کرد . اگر این ترن درساعت دوم حرکت ، سرعتش ۱۰ کیلومتر ودرساعت سوم ۱۴ کیلومتر درساعت باشد وبه همین ترتیب هر ساعت ۴ کیلومتر بر سرعتش افزوده شود وقتی که سرعت آن ازحد مجاز تجاوز می‌نمایدچند ساعت در راه بوده وچه مسافتی را پیموده است . حداکثر سرعت مجاز در راه‌آهن ایران ۷۰ کیلومتر در ساعت می‌باشد .

(عضو جزء بیات دانشجوی دانشسرای عالی صنعتی)

۲۲۲۷ـ به فرض اینکه a و b و c به ترتیب اندازه‌های اضلاع زاویهٔ قائمه و h ارتفاع وارد بر وتر از یك مثلث قائم ـ الزاویه باشند صحت تساوی زیر را محقق کنید

$\log(a-2h)-2\log(b+c)a^{-1}=$
$2\log(b-c)-\log(a+2h)$

(حسین یوسفی آذری‌نژاد)

۳۲۲۸ـ آونگی که‌عبارت از گلولهٔ سنگینی‌است به‌انتهای ریسمانی به طول ۲ متر بسته شده است و به‌حالت معلق در وضع شاغولی قرار دارد. گلوله را با دست به‌طرف راست حرکت می‌دهیم(طوری‌که ریسمان کشیده باشد) تازاویهٔ ریسمان‌درحالت جدید باوضع شاغولی 30°باشد ودراین حال گلوله راآزادانه رهامی‌کنیم. واضح است که‌گلوله از خط‌شاغولی به‌چپ‌وراست نوسان می‌کند. چنانچه مسافتی راکه گلوله در هرطرف خط شاغولی می‌پیماید ۱ر. کمترازمسافتی باشدکه بلافاصله‌درطرف دیگر پیموده‌است، تعیین کنید وقتی گلوله‌به‌حالت سکون‌درمی‌آید چه‌مسافتی را پیموده است.

(ج. شمس‌آوری)

کلاس پنجم طبیعی

۳۲۲۹ـ دوتابع $y_1=f(x)$ و $y_2=f(x)+x$ مفروض است. دونقطهٔ M_1 و M_2 باطول مشترک a رابه‌ترتیب برمنحنی‌های‌نمایش هندسی دوتابع در نظر می‌گیریم.

۱) ثابت کنید که مماس برمنحنی تابع y_1 در M_1 و مماس برمنحنی تابع y_2 در M_2 یکدیگر راروی محور $y'y$ قطع می‌کنند.

۲) خطی‌که از M_1 موازی با $x'x$ رسم‌شود محور $y'y$ را در N قطع می‌کند. زاویهٔ خط NM_2 را بامحور $x'x$ تعیین کنید.

۳۲۳۰ـ بفرض $\cos(a+\frac{3\pi}{3})=\frac{5}{13}$ و $-3=tg(\frac{b}{2}+\frac{\pi}{2})$ و a و b کمانهای حاده باشند

۱) خطوط مثلثاتی‌دوکمان bza راحساب کنید.

۲)مقدارعبارت $S=\cos 2a+tg(a-b)-\cos(a+b)$ را بدست آورید.

کلاس پنجم ریاضی

۳۲۳۱ـ تابع $y=\sqrt{x^2-mx+4}$ مفروض است.

۱) حدود m را معین کنیدبرای‌آنکه تابع درازاءجمیع مقادیر x معین باشد.

۲) درازاء چه‌مقدار m نمایش‌هندسی‌تابع ازخط‌مستقیم تشکیل شده است.

۳) درازاء $m=\pm 4$ نمایش هندسی تابع راکه‌عبارت ازدوخط شکسته است رسم‌کنید.

۴) ناحیه‌هایی ازصفحه‌مختصات را تعیین کنید که به‌ازاء مختصات‌نقاط آنها نامساوی $y<\sqrt{x^2\mp 4x+4}$ برقرار باشد.

(قوام نحوی ـ اهواز)

۳۲۳۲ـ مقوایی به‌شکل مربع به‌ضلع a در دست است. ازچهارگوشهٔ آن چهارمربع مساوی جداکرده و با باقیمانده یک‌جعبه می‌سازیم. ضلع مربعهای جداشده چگونه انتخاب شود تاگنجایش جعبهٔ حاصل‌ماکزیمم باشد.

۳۲۳۳ـ سیمی به‌طول l را به‌دوقسمت تقسیم می‌کنیم. قسمت اول آنرا به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع و قسمت دوم را به شکل دایره در می‌آوریم. طول هرقسمت جه‌مقدار انتخاب شود تامجموع مساحتهای مثلث ودایره‌می‌نیم باشد.

(بهدی‌غفاری ـ دانشجوی‌دانشگاه تکزاس‌آمریکا)

۳۲۳۴ـ تابع $y=(\cos x-\sin x)(2\sin 2x+1)$ مفروض است. ثابت کنیدکه روابط زیربین‌تابع ومشتقات‌متوالی آن‌برقرار است:

۱) $y+3^{-2}y''+3^{-4}y^{(4)}+\ldots+3^{(-2n)}y^{(2n)}=0$

۲) $\frac{y}{y'}=\frac{y''}{y^{(3)}}=\frac{y^{(4)}}{y^{(5)}}=\ldots=\frac{y^{(n-1)}}{y^{(n)}}$

(حسن ناهید صالحی ـ پنجم‌ریاضی دبیرستان هدف)

دوعسئله از مسائل امتحان مثلثات ثلث اول دبیرستان خرد
دبیر: صدیق‌آراء ـ فرستنده: رضا تعلی صفائی

۳۲۳۵ـ صحت تساوی زیررا مثلث‌کنید.

$(1-tg\alpha)^2+(1-cotg\alpha)^2=(\csc\alpha-\sec\alpha)^2$

۳۲۳۶ـ معادلهٔ زیررا حل‌کنید وجوابهای کلی x آنرا تعیین کنید.

$\sin^3 x-\cos^3 x=\sin x$

۳۲۳۷ـ ثابت کنید که‌ازهریک از دو رابطهٔ زیر رابطهٔ دیگر نتیجه می‌شود.

۱) $\cos\theta=\frac{\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma+\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}{1+\cos\alpha\cos\beta+\cos\beta\cos\gamma+\cos\gamma\cos\alpha}$

۲) $tg\frac{\theta}{2}=\mp tg\frac{\alpha}{2}tg\frac{\beta}{2}tg\frac{\gamma}{2}$

(حسن ناهید صالحی)

۲۲۳۸ـ مطلوبست اثبات تساوی زیر

$$tg۲۰^\circ tg۲۷^\circ + tg۲۷^\circ tg۳۳^\circ + tg۳۳^\circ tg۲۰^\circ = ۱$$

(اسدعلی کرمزاده ـ محمدسلیمان)

۲۲۳۹ـ G مرکز ثقل مثلث BCD بوده و AC بر صفحهٔ BCD عمود است. محیط‌راجطهٔ زیر را ثابت کنید.

$$\overline{AB'}^2 - \overline{AC'}^2 = \frac{۱}{۳}(\overline{DB'}^2 - \overline{DC'}^2)$$

(فرستنده: فیروز بایرامی ـ پنجم‌ریاضی دبیرستان ادیب)

۲۲۴۰ـ زاویهٔ AOB قائمه است و خطوط AP و BQ برصفحهٔ AOB عمودند. ثابت کنید:

$$\overline{PQ}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OQ}^2 - ۲AP \cdot BQ$$

(فرستنده ـ فیروز بایرامی)

۲۲۴۱ـ کنج سه‌وجهی Sxyz و دایرهٔ (O) واقع در وجه Sxy و نقطهٔ G واقع در فضای محصور کنج مفروضند.

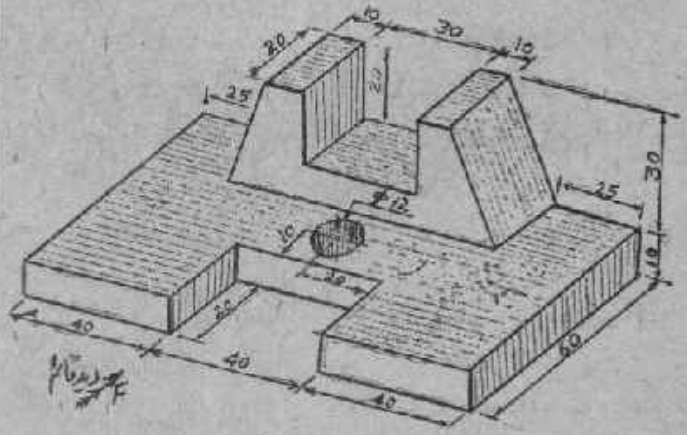
۱) مثلث ABC را طوری بسازید که رأسهای A و B به‌ترتیب بر یالهای Sx و Sz و رأس C بردایرهٔ (O) واقع بوده و G مرکز ثقل مثلث ABC باشد.

۲) درصورتی که AB ثابت فرض‌شود و C دایرهٔ (O) را بپیماید مکان هندسی G را تعیین کنید.

(حسن تقی ـ پنجم ریاضی)

(رسم فنی امتحان نهائی پایان سال اول پنجم ریاضی دبیرستان خوارزمی ۳ـ دبیر: مهندس بهبود خوئی)

۲۲۴۲ـ مطلوبست رسم تصویر قائم از دید F و تصاویر افقی و نیمرخ چپ با مقیاس ۱:۱، واحد میلیمتر



کلاس ششم طبیعی

۲۲۴۳ـ قطر اطول A'A از یك بیضی با محور x'x موازی است. جهت از A' به A درجهت از x' به x و جهت B' به B همان جهت y' به y است (B'B قطر اقصر بیضی و F'وF کانونهای آن است).

درصورتی که معادلهٔ B'A به‌صورت $۵y - ۴x + ۲۲ = ۰$ و معادلهٔ B'F به‌صورت $۲y - ۴x + ۱۸ = ۰$ و طول FA = ۲ باشد مشخصات بیضی و معادلهٔ آن را تعیین کرده و آن را رسم کنید. (۴۰ع)

۲۲۴۴ـ x کمانی است واقع بین صفر و ۲π و α و β دو کمان حاده می‌باشند.

۱) از معادلهٔ زیر مقدار x را برحسب α و β بدست آورید.

$$\cos\alpha\cos\beta\sin^۲x - \sin(\alpha+\beta)\sin x\cos x + \sin\alpha\sin\beta\cos^۲x = ۰$$

۲) اگر ۲β و α جوابهای معادلهٔ $tgA - \cot gA = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ باشند کمانهای x را که از معادلهٔ قسمت ۱) بدست آورده‌اید مشخص کنید. (۴۰ع)

کلاس ششم ریاضی

۲۲۴۵ـ اولاً جدول تغییرات ومنحنی (C_1) نمایش هندسی تابع $y = \frac{x^۲+۶x+۸}{x(x-۲)}$ را رسم کنید.

ثانیاً با استفاده از جدول تغییرات منحنی (C_1) جدول تغییرات و منحنی (C') نمایش هندسی تابع $y = \frac{\sin^۲x+۶\sin x+۸}{\sin x(\sin x-۲)}$ را رسم کنید.

ثالثاً حدود x را تعیین کنید برای اینکه نامساوی زیر برقرار باشد.

$$-۱۵ < \frac{\sin^۲x+۶\sin x+۸}{\sin x(\sin x-۲)} < ۱$$

(مجله ریاضیات مقدماتی)

۲۲۴۶ـ در صفحهٔ محورهای مختصات منحنی (C) نمایش هندسی تابع $y=\frac{x^2}{x^2-1}$ می‌باشد.

۱) منحنی (C) را رسم کنید. معادلهٔ مماس بر این منحنی را در نقطهٔ M از آن به‌طول معلوم a تشکیل دهید، مختصات K نقطهٔ تلاقی دیگر این مماس را با منحنی (C) بر حسب a به‌دست آورید.

۲) به‌فرض اینکه $a>1$ و A نقطه‌ای به‌طول ۱ روی منحنی (C) باشد، S مساحت سطح محصور بین وتر و کمان AM از منحنی را برحسب a حساب کنید و نشان دهید که S باحاصل‌ضرب $(a-1)^2$ در عرض نقطهٔ M نسبت ثابت دارد.

۳) ثابت کنید که در ازاء همهٔ مقادیر a و λ منحنی (P) نمایش هندسی تابع

$$y=\frac{3}{a^2}-\frac{2x}{a^3}+\lambda(x-a)^2$$

بر منحنی (C) در نقطهٔ M به‌طول a مماس است. معادلهٔ درجهٔ دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش طولهای نقاط 'M و "M نقاط تلاقی دیگر دو منحنی (C) و (P) باشد. در ازاء $a=1$ و $\lambda=-1$ منحنی (P) را در همان شکل منحنی (C) رسم کنید.

(سؤال امتحان نهائی دانکار ۱۹۶۴)

۲۲۴۷ـ مطلوبست حل معادلهٔ زیر:

$$(1-n)\sin(x+\frac{\pi}{6})+2\sqrt{n}\sin(\frac{\pi}{3}-x)+$$
$$+(1+n)\sin(9x-\frac{\pi}{3})=0$$

(فرستنده: محمدرضا علیپرزاده، دبیرستان البرز)

۲۲۴۸ـ به‌فرض اینکه A و B و C زاویه‌های مثلثی باشند دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases}\sin A+\sin B+\sin C=\frac{3+\sqrt{3}}{2}\\ \cos A+\cos B+\cos C=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

(سیدجعفر وفابخش)

۲۲۴۹ـ ثابت کنید که در هر مثلث، اگر یکی از دو رابطهٔ زیر برقرار باشد دیگری نیز برقرار خواهد بود.

$$A=2B \quad ; \quad a^2=b(b+c)$$

(E.P.M.)

۲۲۵۰ـ عددی شش‌رقمی چنان تعیین کنید که اگر سه رقم سمت چپ آن را در سمت راست قرار دهیم و عدد به‌دست‌آمده را بر عددی که از سه رقم سمت راست عدد مفروض تشکیل شده است بیفزاییم حاصل به اندازهٔ ۱۱۹۸۸ از عدد مفروض بزرگتر باشد.

(احمد شکیبائی)

۲۲۵۱ـ عدد به فرم $N=abc$ را چنان تعیین کنید که $(a+b)^2-c+b$ بوده و باقیمانده‌های تقسیم N بر اعداد ۳ و ۵ و ۷ به‌ترتیب ۱ و ۳ و ۵ باشد.

(خسرو موحد ـ چهارم ریاضی دبیرستان ادیب)

۲۲۵۲ـ مطلوبست تعیین عدد چهاررقمی $\overline{mcdu}$ بنابر آنکه داشته باشیم.

$$\overline{md}+5(10m+1)=\overline{(2c)(u-3)}+3n$$

(سیدمحمدعلی جواهریان ـ دانشجوی فنی)

۲۲۵۳ـ عدد $N=2^n\times p$ داده شده است که در آن n عدد صحیح و مثبت دلخواه و p یک عدد اول می‌باشد.

۱) مقسوم علیه‌های عدد N را که شامل او خود N نیز هست ترتیب دهید؛ و مجموع همهٔ این مقسوم‌علیه‌ها را برحسب N و p حساب کنید.

۲) چه رابطه بین p و n باید برقرار باشد تا عدد N برابر باشد با مجموع مقسوم علیه‌هایش به استثنای خود N؟ کوچکترین دو عدد N را که جواب این سؤال است به‌دست آورید.

(E.P.M.)

۲۲۵۴ـ در مثلث ABC، H پای ارتفاع وارد بر ضلع BC، و D و E به‌ترتیب تصویرهای H بر ضلعهای AB و AC و P نقطهٔ تلاقی DE با BC می‌باشد. ثابت کنید:

$$\frac{PB}{PC}=\frac{\overline{HB}^2}{\overline{HC}^2}$$

چنانچه نسبت به دو ارتفاع BJ و CK به ترتیب فوق عمل شود نقطهٔ Q بر AC و نقطهٔ R بر AB به دست می‌آید. ثابت کنید که سه نقطهٔ P و Q و R بر یک استقامتند.

(مجموعهٔ درس و مسئله)

۲۲۵۵ـ هذلولی (H) با کانونهای F و 'F مفروض است. از یک نقطهٔ دلخواه P واقع بر محور غیر قاطع دو مماس PT و 'PT و از یک نقطهٔ دلخواه Q واقع بر محور قاطع و در خارج هذلولی دو مماس QS و 'QS را بر هذلولی رسم می‌کنیم.

۱) ثابت کنید دوایر 'TPT به یک دسته دوایر که مشخص می‌کنید تعلق دارند.

۲) ثابت کنید دوایر 'SQS به یک دسته دوایر عمود بر دستهٔ دوایر ۱) تعلق دارند.

(مجموعهٔ درس و مسئله)

۲۲۵۶ـ تصویرهای دو نقطهٔ A و B بریکدیگر و بر مرکز کاغذ منطبق است . بر نقطهٔ A افقیهٔ رقوم۳ و بر نقطهٔ B افقیهٔ رقوم ۶ گذشته است . امتداد های H_1 و H_2 با محور افقی کاغذ درجهت مثلثاتی به ترتیب زاویه‌های ۷۰° و ۴۰° می‌سازند. صفحهٔ P حاوی H_1 با AB زاویهٔ ۳۰° می‌سازد و ترقی رقوم نقاط آن نسبت به H_2 از پائین به بالا است و صفحهٔ Q حاوی H_1 بر صفحهٔ P عمود است . یك مقیاس شیب از هر یك از دوصفحهٔ P و Q رسم کنید. Δ فصل مشترك دوصفحهٔ P و Q را تعیین کنید . عمود مشترك دوخط AB و Δ را رسم کنید . اگر H نقطهٔ تلاقی عمود مشترك مزبور با Δ باشد قطعه خط CD را برابر با AB و واقع بر Δ چنان تعیین کنید که H وسط CD باشد و چهار وجهی ABCD را مرئی و مخفی کنید .

(فیض مهدوی شهر ریاضی دبیرستان هدف ۱)

۲۲۵۷ـ از هروجه کنج سه قائمه‌ای امتداد مقیاس شیب (غیر مدرج) وملحق یك نقطه معلوم است ملحق رأس کنج را به دست آورید .

(فرشید سیروس شهر ریاضی دبیرستان هدف ۲)

مسائل متفرقه

۲۲۵۸ـ کارخانه‌ای دو نوع شیئی می‌سازد ، نوع A و نوع B . و هریك از دو نوع از دوقسم یك ریالی و دو ریالی تشکیل می‌شود . کارخانه تصمیم دارد از اشیاء خود پاکتهایی تهیه کند که هر پاکت شامل N شیئی بوده و قیمت هرپاکت دویهم P ریال باشد و درهرپاکت از هرچهار قسم اشیاء به هرترتیب که میسر باشد ، وجود داشته باشد. به علاوه برای هر پاکت نکات زیر مراعات شده باشد .

الف ـ تعداد اشیاء نوع A از تعداد اشیاء نوع B کمتر نباشد .

ب ـ قیمت مجموع اشیاء نوع B از قیمت مجموع اشیاء نوع A بیشتر باشد

بافرض اینکه x و y و x' و y' به ترتیب تعداد اشیاء یك ریالی از A ، ۲ ریالی از A ، یك ریالی از B و۲ریالی از B موجود در هرپاکت باشد

۱) تمام روابط (تساوی یا نامساوی) موجود بین x و y و x' و y' و N و P را بنویسید برای آنکه شرایط ذکر شده برقرار باشد . x' و y' را بر حسب N و P و x و y به دست آورید

۲) به فرض معلوم بودن N حدود مقادیر P را معلوم کنید و کوچکترین مقادیری را که P و N می توانند قبول کنند معلوم کنید

۳) به فرض اینکه P و N معلوم بوده و P درحدودقابل قبول واقع باشد، برای اینکه x و y جوابی از مسئله را مشخص کنند باید در نامساویهایی صدق کنند ، این نامساویها را بنویسید.

۴) بافرض $N=۲۴$ و $P=۳۳$ و x و y مختصات نقطه‌ای مانند M از صفحهٔ محورهای مختصات متعامد باشد ، M درچه ناحیه از صفحه باید واقع شود برای اینکه مسئله دارای جواب باشد. تعداد پاکتهایی را که با ترکیبات مختلف می‌توان تشکیل داد و نوع ترکیب هر یك را به دست آورید .

(مجلهٔ تربیت ریاضی)

۲۲۵۹ـ اگر داشته باشیم

$$u=\frac{x}{y-z} \quad و \quad v=\frac{y}{z-x} \quad و \quad w=\frac{z}{x-y}$$

رابطه‌ای مستقل از x و y و z بین u و v و w به‌دست آورید .

(فرستنده : مصطفی کودرزی خانه)

۲۲۶۰ـ به‌فرض $a^۲+b^۲-۴ab$ ثابت کنید که عبارت

$$S=۳ab(a+b)(x^۳+x^۲+x+۱)$$

مجموع دو مکعب کامل است .

(حافظی)

۲۲۶۱ـ نواری به طول l و به ضخامت e مفروض است آن را دور استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ R می‌پیچیم . شعاع جدید استوانه را پس از پیچیدن نوار پیدا کنید . هرگاه بخواهیم شعاع استوانه مقدار مفروض a شود با معلوم بودن e مقدار l را حساب کنید .

(بهروز پرهامی دانشجوی فنی)

۲۲۶۲ـ اگر a و a_1 و a_2 و ... و a_n اعداد مثبت و متمایز باشند ، نامساوی زیر را ثابت کنید

$$\frac{۱}{a}(a_1+a_2+\dots+a_n)+a\left(\frac{۱}{a_1}+\frac{۱}{a_2}+\dots+\frac{۸}{a_n}\right)>۲n$$

(ابراهیم صادقی اهری ، دبیر دبیرستانهای آباده)

۲۲۶۳ـ مجموع زیر را حساب کنید

$$S=۲+۶^۱\left(\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۲}\right)+۶^۲\left(\frac{۴}{۹}+\frac{۹}{۴}\right)+\dots$$

$$+۶^{۲(n-۱)}\left(\frac{۲n-۱}{۳n-۱}+\frac{۳n-۱}{۲n-۱}\right)$$

(حافظی)

۲۳۶۴ـ دستگاه

$$\begin{cases} x+y+z=۳ \\ xyz=۱ \end{cases}$$

یک دسته جواب ($x=۱$ و $y=۱$ و $z=۱$) را قبول می‌کند. کلیهٔ دسته‌های سه‌عددی از اعداد جبری منطق را که در دستگاه بالا صدق می‌کنند تعیین کنید.

(مجلهٔ ریاضیات مقدماتی)

۲۳۶۵ـ ثابت کنید که اگر بین x و y و z رابطهٔ $x+y+z=xyz$ برقرار باشد، رابطهٔ زیر نیز بین آنها برقرار خواهد بود.

$$\frac{۲x}{۱-x^۲}+\frac{۲y}{۱-y^۲}+\frac{۲z}{۱-z^۲}=\frac{۸xyz}{(۱-x^۲)(۱-y^۲)(۱-z^۲)}$$

(فرستنده: قوام نحوی)

۲۳۶۶ـ در صورتیکه رابطه $x+y+z=xyz$ برقرار باشد، صحت رابطهٔ زیر را محقق کنید

$$(xy+yz+zx-۱)^۲ \quad (۱+x^۲)(۱+y^۲)(۱+z^۲)$$

(حسن ثاشیار صالحی ـ دبیر ریاضی دبیرستان هدف ۱)

۲۳۶۷ـ صحت تساوی زیر را محقق کنید

$$\text{Arc}\cos\frac{a^۲-b^۲+(a^۲+b^۲)\cos x}{a^۲+b^۲+(a^۲-b^۲)\cos x}=۲\,\text{Arc}\,\text{tg}\left(\frac{b}{a}\,\text{tg}\frac{x}{۲}\right)$$

(محمدعلی کشکردی)

۲۳۶۸ـ اگر فرض کنیم $۲\cos\alpha=a^m+a^{-m}$ و $۲\cos\beta=a^n+a^{-n}$ ثابت کنید که

$$۲\cos(\alpha+\beta)=a^{m+n}+a^{-m-n}$$

مسئله را تعمیم دهید

(فیروز بایرامی ـ پنجم ریاضی دبیرستان ادب)

۲۳۶۹ـ نقطهٔ مشخص $A(۰.b)$ را در دستگاه محورهای متعامد xoy در نظر می‌گیریم. از نقطهٔ A خط دلخواهی رسم می‌کنیم تا $x'x$ را در N قطع کند و آنرا ابتدا از N به اندازهٔ $NM=a$ و درجهت از A به N امتداد می‌دهیم.

۱) معادلهٔ مکان هندسی نقطهٔ M را بیابید و آنرا رسم کنید.

۲) اگر a ثابت و b متغیر باشد تابعهای منحنی‌های مکان را معلوم کنید

(احمدکهربالیان)

۲۳۷۰ـ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC (زاویهٔ A قائمه) نقاط E و F روی اضلاع AB و AC چنان قرار دارند که

$$\frac{BE}{AE}=\frac{AF}{CF}=\frac{e^۲}{b^۲}$$

نقطهٔ H پای ارتفاع AH را به نقاط E و F وصل می‌کنیم. نیمسازهای زاویه‌های CAH و BAH خطوط HC و HF و BH و HE را به ترتیب در نقاط M و N و M' و N' قطع می‌کنند و از N و N' خطوطی به موازات AC و AB رسم می‌کنیم تا HC و HB را به ترتیب در P و Q قطع کنند. صحت رابطهٔ زیر را ثابت کنید

$$PC+HM'=BQ+HM$$

(حافظی)

۲۳۷۱ـ روی دایرهٔ (o) نقطهٔ M را چنان تعیین کنید که مجموع فواصل آن از دو نقطهٔ ثابت A و B واقع بردایره ماکزیمم باشد.

(جمشید امیقیان ـ دانشجوی علوم، اصفهان)

۲۳۷۲ـ در مثلث مفروض ABC نقطهٔ D را بر AC و نقطهٔ E را بر AB چنان تعیین کنید که

$$BE-ED=DC$$

باشد.

(جمشید امیقیان)

۲۳۷۳ـ با استفاده از مسئلهٔ قبل مثلثی رسم کنید که زاویهٔ A و دو مجموع $a+b$ و $a+c$ از آن معلوم است

(این مسئله قبلا در نشریهٔ مهرگان چاپ شده است)

۲۳۷۴ـ مثلثی بسازید که با مثلث مفروض متشابه بوده و ضمناً با مربع مفروض معادل باشد.

(جمشید امیقیان)

کتابشناسی ملی

انتشارات ایران

در سال ۱۳۴۳

اولین کتاب از انتشارات کتابخانهٔ ملی شامل فهرست انتشارات ایران در سال ۱۳۴۲ هفته گذشته به‌ادارهٔ مجله واصل شد. به طوریکه از مقدمهٔ کتاب برمی‌آید نه تنها ناشران کتب بلکه اغلب مدیران جراید از ارسال نشریه خود برای کتابخانه خودداری نموده‌اند. امیداست ادارهٔ کتابخانه ملی کار باارزشی را که شروع نموده است همه ساله و به صورت کاملتر دنبال نماید و بدین وسیله موجبات تشویق ناشران را در ارسال انتشارات خود برای کتابخانه فراهم بیاورد. درهرحال، اقدام تازهٔ کتابخانهٔ ملی، اقدام مؤثری درحفظ مطبوعات ایران می‌باشد.

اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

تنظیم از : ایرج ارشاقی

Algebra جبر ۵ ·

Positive number	عدد مثبت	Evolution	ریشه گرفتن
Negative number	عدد منفی	Involution	به قوه رساندن
Round brackets	پرانتز	Power	توان ـ قوه
Parentheses	«	Square	مجذور
Square braekets	کروشه	Cube	مکعب
Brackets	«	Square root	جذر
Braces	آکولاد	Cube root	کعب
Monomial	یکجمله‌ای	Root	ریشه
Polynomial	چند جمله‌ای	Radicant	عدد زیر رادیکال

Index of the root شمارهٔ ریشگی

چنین بخوانید :

x^2	x Square x to the Second Power
y^3	y Cube y to the third
z^{-5}	z to the minus five
$\sqrt[3]{a}$	the Cube root of A
$\sqrt[5]{a^2}$	the fifth root of A Square.
$A = 4x^2 - 5(x-3)$	A is equal to four x square minus five times x minus 3 .



۱ـ به‌این اتحاد نگاه کنید:

$$\sqrt{x-y}=\sqrt{x-y}$$

این که درست است. حال می‌توانیم آن را چنین بنویسیم:

$$\sqrt{x-y}=\sqrt{-1(y-x)}=\sqrt{-1}\,\sqrt{y-x}$$

و با قرار دادن i به جای $\sqrt{-1}$ این اتحاد را به دست بیاوریم:

$$\sqrt{x-y}=i\sqrt{y-x}$$

تساوی‌فوق به ازاء جمیع مقادیری که به‌جای x و y قرار دهیم درست است، بنابراین یک‌بار به‌جای x می‌گذاریم a و به جای y می‌گذاریم b، نتیجه می‌شود:

$$(1)\qquad \sqrt{a-b}=i\sqrt{b-a}$$

و یک‌بار دیگر به‌جای x می‌گذاریم b و به‌جای y می‌گذاریم a، نتیجه می‌شود:

$$(2)\qquad \sqrt{b-a}=i\sqrt{a-b}$$

حال دو طرف دو رابطهٔ ۱ و ۲ را در هم ضرب می‌کنیم، می‌شود:

$$\sqrt{a-b}\cdot\sqrt{b-a}=i^2\sqrt{b-a}\cdot\sqrt{a-b}$$

پس از تقسیم کردن دو طرف این تساوی یک‌بار بر $\sqrt{a-b}$ و بار دیگر بر $\sqrt{b-a}$ نتیجه می‌شود:

$$1=i^2$$

یا

$$1=-1$$

به‌طور قطع صحت این تساوی مورد تردید شماست، در صورتی که دربارهٔ نخستین تساوی شکی درمیان نبود. پس در جایی اشتباهی رخ‌داده است. این اشتباه در کجاست؟

***

۲ـ این اتحاد به‌ازاء جمیع مقادیر n برقرار است، این طور نیست؟

$$(n+1)^2=n^2+2n+1$$

از دو طرف تساوی $2n+1$ را کم می‌کنیم، می‌شود:

$$(n+1)^2-(2n+1)=n^2$$

باز از دو طرف تساوی $n(2n+1)$ را کم می‌کنیم، می‌شود:

$$(n+1)^2-(2n+1)-n(2n+1)=$$

$$n^2-n(2n+1)$$

به‌هر دو طرف $\frac{(2n+1)^2}{4}$ را اضافه می‌کنیم، می‌شود:

$$(n+1)^2-(n+1)(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}=$$

$$n^2-n(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

اینک هر دو طرف مجذور کامل‌اند و می‌توان چنین نوشت:

$$[(n+1)-(\frac{2n+1}{2})]^2=[n-(\frac{2n+1}{2})]^2$$

و از آنجا به‌دست آورد:

$$n+1-(\frac{2n+1}{2})=n-(\frac{2n+1}{2})$$

که با حذف $\frac{2n+1}{2}-$ از دو طرف تساوی حاصل شود:

$$n+1=n$$

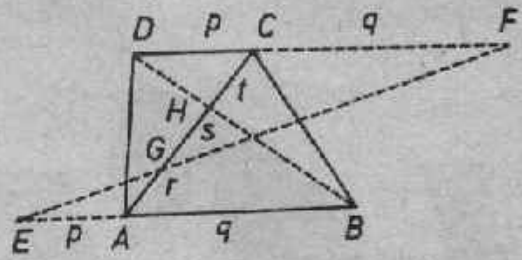
یا

$$1=0$$

آیا این نتیجه درست است. پس اشتباه در چیست؟

***

۳- به ذوزنقهٔ ABCD درشکل زیرین نگاه کنید:



قاعدهٔ کوچك که برابر p است به‌اندازهٔ قاعده بزرگتر (q) وآن یکی به‌اندازهٔ قاعدهٔ کوچکتر (p) امتداد داده شده وانتهای آنها بهم‌وصل گردیده است. قطر AC به‌وسیلهٔ خطوطی که درشکل رسم شده است به‌سه قطعه تقسیم شده که همان طور که درشکل می‌بینید آنهارا با r وs وt مشخص کرده‌ایم.

درمثلث ABH وCDH داریم: ∠HCD=∠HCB و ∠HDC=∠HBA (ز علامت زاویه است). بنابراین دو مثلث متشابهند وازآنجا:

$$\frac{DC}{AB}=\frac{HC}{HA}$$

یا

$$\frac{p}{q}=\frac{t}{r+s} \qquad (۱)$$

به‌همین‌ترتیب می‌توان ثابت کرد که دومثلث EAG و FCG متشابهند وبه‌دست آورد:

$$\frac{AF}{CF}=\frac{AG}{GC}$$

یا

$$\frac{p}{q}=\frac{r}{s+t} \qquad (۲)$$

از مقایسهٔ روابط ۱و۲ نتیجه می‌شود:

$$\frac{p}{q}=\frac{t}{r+s}=\frac{r}{s+t}$$

که‌ازآنجا می‌توانیم بااستفاده‌ازخاصیت چندنسبت‌متساوی چنین بنویسیم:

$$\frac{p}{q}=\frac{t-r}{r+s-(s+t)}=\frac{t-r}{r-t}=\frac{-(r-t)}{r-t}=-۱ \qquad (۳)$$

از این رابطه چنین معلوم می‌شود که:

$$p=-q$$

یا

$$p+q=۰$$

فراموش نکنید که qوp طولهای دوقاعدهٔ ذوزنقه بودند واین تساوی یعنی مجموع طولهای دوقاعدهٔ ذوزنقه برابر است باصفر. آیا عجیب نیست؟ لابد اشتباهی رخ داده است. اشتباه درکجاست؟

اشتباه از این است
(مربوط به شمارهٔ ۱۰)

۱- در مرحلهٔ دوم آنجاکه از تساوی $\sqrt{\frac{۱}{-۱}}=\sqrt{\frac{-۱}{۱}}$ تساوی $\frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{-۱}}=\frac{\sqrt{-۱}}{\sqrt{۱}}$ را می‌نویسیم اشتباه‌رخ می‌دهد، چه ما بدینوسیله قانون تقسیم رادیکالها راکه چنین است به‌غلط برای اعداد موهومی به‌کار برده‌ایم:

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

***

۲- اگر دومعادلهٔ دستگاه را تجزیه کنیم به‌دست‌می‌آید:

$$\begin{cases}(x-y)(۲x-y)=۴\\(x-y)(x+۳y)=۹\end{cases}$$

وازاینجا پیداست که‌هرگز yوx نمی‌توانندمتساوی‌باشند. بنابراین نمی‌توان درمعادلهٔ ۲به‌جای x،y قرار داد.

***

۳- اشتباه در نخستین مرحله است. چه‌وقتی که دوطرف را به‌قوه $\frac{۳}{۲}$ می‌رسانیم، یعنی به‌قوه۳می‌رسانیم وبعدحذرمی‌گیریم باید علامت $\pm$ را در نظر بگیریم، بدین‌ترتیب آخرین رابطه باید چنین باشد:

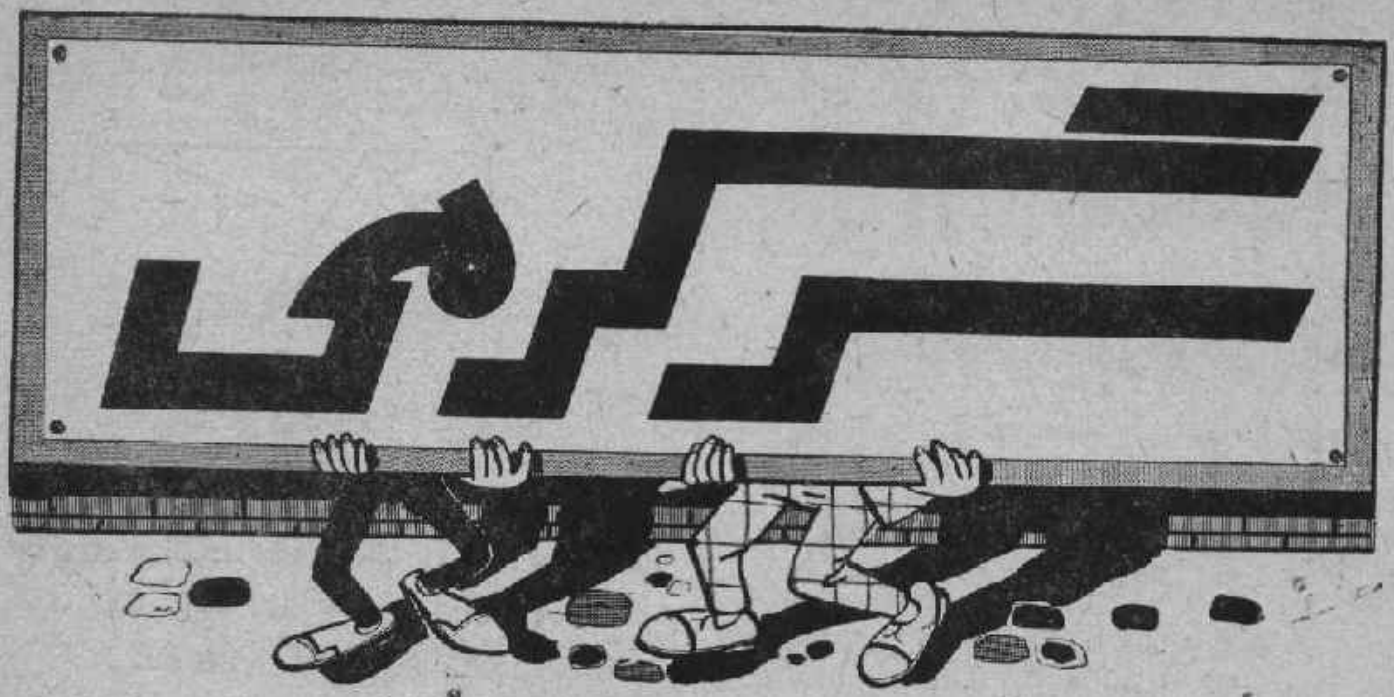
$$(\pm\cos^۳x+۳)^۲=[(۱-\sin^۲x)^{\frac{۳}{۲}}+۳]^۲$$

دراین‌حال، موقعی که‌به‌جای x می‌گذاریم π، بایدجملهٔ $-\cos^۳x$ را درنظر بگیریم ودرنتیجه‌تساوی به‌صورت $۴^۲=۴^۲$ یا $۱۶=۱۶$ درمی‌آید.

***

۴- درآخرین مرحله، آنجاکه گفتیم چون‌صورتهای‌این دوکسر متساوی متساویند، مخرجهایشان نیز بایدباهم متساوی باشد، اشتباه رخ داده است. زیرا در مورد این دوکسر که صورتهایشان هردوبرابر صفراست این نتیجه‌گیری غلط است. اماصفربودن صورتها، یعنی‌صفربودن $AC^۲-AB\cdot AD$ از تشابه‌دومثلث ABCوADC به‌دست می‌آید. چه از این تشابه می‌توانیم بنویسیم $\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$ وازآنجا:

$$AC^۲-AB\cdot AD=۰$$

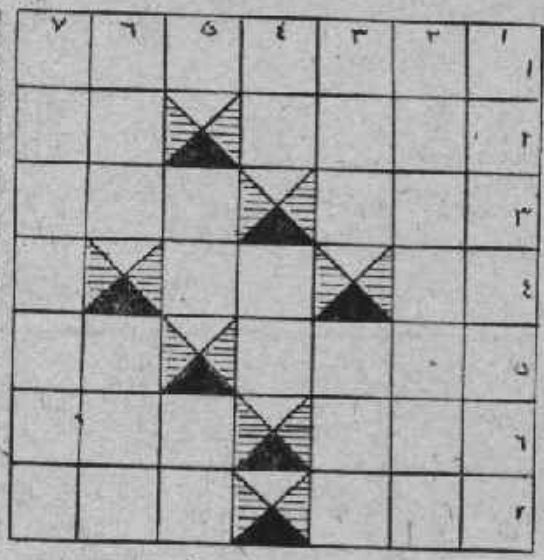


جدول کلمات متقاطع

طرح از : پرویز معتمدی آذری دیپلمهٔ هنرستان صنعتی

افقی : ۱ــ ریاضیدان و مهندس معروف که نقطهٔ اتکائی می‌خواست تا زمین را بلند کند. ۲ــ عددی است و با حذف دو حرف اول باز هم همان عدد باشد ــ این عدد و دهبرابرش با یک حرف شروع شده و در تعداد حروف متساویند. ۳ــ اگر نیمهٔ آخرش افزوده شود تازه تا تمام گردد ــ هم نام فلز و هم عدد نیبی است. ٤ــ عدد تا دو حرف متشابه ــ پایهٔ دستگاه عدد نویسی معمولی. ٥ــ هندسه‌دان معروف یونانی صاحب قضیه مربوط به خطوط متناسب ــ در روی شکل با پیکان مشخص می‌شود. ٦ــ نصف متلاشی ــ توان دارد. ۷ــ اگر یک حرف دیگر داشت متناسب باشتابی بود که به جسم می‌دهد ــ واحد اندازه گیری.

قائم : ۱ــ دانشمند معروفی که فضای فیزیکی را چهار بعدی دانست. ۲ــ با حذف حرف اول ریاضیدان بزرگ ایرانی معروف به غیاث‌الدین. ۳ــ مبنای دستگاه عدد نویسی نزد کلدانیها ــ دارونهٔ علمی خرافی و مربوط به اعتیاد. ٤ــ نتیجهٔ قوهٔ جاذبهٔ ماه است ــ یک سوم ازینک دست کم دارد. ٥ــ عددی که رقم هم‌حساب می‌شود ــ نمره‌ای که نصفش را نداده‌اند. ٦ــ درواحدهای اندازه گیری به‌عنوان یک دهم به‌کار می‌رود ــ طول کروی در مختصات افقی. ۷ــ نوع شاخهٔ بینهایت ومنحنی بدون مجانب.



از جمله مسائل مربوط به برش

نقل از کتاب
« ریاضیات، رمز و جادو »

صفحهٔ کاغذ به شکل مستطیل و به بعدهای ۱۳ و ۹ سانتیمتر را به دو قطعه چنان تقسیم کنید و این دو قطعه را چنان پهلوی هم قرار دهید که مربعی معادل با مستطیل اول به دست آید.

مسئلهٔ خرید اسب

نقل از کتاب «مشکلات العلوم»
فرستنده : محمد شریف‌زاده

پنج نفر تصمیم گرفتند اسبی بخرند. اولی به دومی گفت اگر چهار خمس مالت را به من بدهی اسب را می‌خرم. دومی به سومی گفت اگر سه‌خمس مالت را بمن بدهی اسب را می‌خرم. سومی به‌چهارمی گفت اگر دوخمس مالت را به من بدهی اسب را می‌خرم. چهارمی به پنجمی گفت اگر خمس مالت را بمن بدهی اسب را می‌خرم. پنجمی به اولی گفت اگر سدس مالت به من بدهی اسب را می‌خرم : پیدا کنید قیمت اسب ومال هریک‌را.

شعر و عدد مربوط به شمارهٔ قبل

۱۰ بار بگفتمت که ۹ یار مگیر
با ۸ میاش و ۷ دلدار مگیر

با ٦ به‌کرشمه و با ٥ به‌جنگ
٤ و ۳ و ۲ ولکن و ۱ یار بگیر

■	■	ا	ق	ل	ی	د	س	ی	
■	ک	م	■	■	■	ک	ی	ل	
■	■	■	■	ر	■	ا	ش	ل	
س	ا	ر	و	س	■	ر	د	ی	
■	و	س	■	و	■	■	■	ح	
ح	ل	م	ع	ا	د	ل	ا	ت	

حل جدول شمارهٔ قبل

بینهایت .... (بقیه از صفحه ٦)

آمد . مثلا اگر ما تمام اعداد طبیعی را دنبال یکدیگر نوشته وزیر هر عدد مجذور آن را بنویسیم داریم :

$$\ldots\ldots n \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٤ \text{و} ٣ \text{و} ٢ \text{و} ١$$
$$\ldots\ldots n^{٢} \ldots\ldots \text{و} ١٦ \text{و} ٩ \text{و} ٤ \text{و} ١$$

این دو مجموعه می‌توانند یك به یك با هم مقابله‌شوند ، بنابراین می‌توانیم بگوییم که به تعداد اعداد طبیعی مجذورهای اعداد طبیعی وجود دارد . **گالیله** نیز در سال ١٦٤٠ به این مطلب پی برده بود ، اما کانتور برای نخستین بار آن را به صورت یك حساب جدید درآورد .

ما هم قصد داریم که این حساب جدید را امتحان کنیم ، اما بهتر است که قبلا پاره‌ای از مجموعه‌ها که به طور وضوح معادل با مجموعهٔ اعداد طبیعی است بشناسیم :

$$\begin{matrix} \ldots\ldots n \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٤ \text{و} ٣ \text{و} ٢ \text{و} ١ \\ \ldots\ldots ٢n \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٨ \text{و} ٦ \text{و} ٤ \text{و} ٢ \end{matrix} \quad (٢)$$

دوردیف اعداد بالا نشان می‌دهد که به اندازهٔ اعداد طبیعی ، اعداد مثبت زوج وجود دارد ، اما باز می‌توان نوشت :

$$\begin{matrix} \ldots\ldots n \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٤ \text{و} ٣ \text{و} ٢ \text{و} ١ \\ \ldots\ldots ٢n-١ \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٧ \text{و} ٥ \text{و} ٣ \text{و} ١ \end{matrix} \quad (٣)$$

که نشان می‌دهد که به اندازهٔ اعداد طبیعی ، اعداد فرد مثبت وجود دارد .

کانتور شمارهٔ اعداد طبیعی و نیز کلیهٔ مجموعه‌هایی که قابل مقابلهٔ یك به یك با اعداد طبیعی باشند با علامت $\aleph_{٠}$ نشان داد ($\aleph$ به نام الفبا حرف اول الفبای عبری است) از آنچه طبق شماره‌های ٢ و ٣ نوشته شده است چنین بر می‌آید که مجموعهٔ اعداد فرد و مجموعهٔ اعداد زوج هر یك دارای $\aleph_{٠}$ عضو می‌باشد ، اما همین اعداد فرد و زوج مثبت ، بر روی هم تمام اعداد طبیعی را تشکیل می‌دهند که آن هم دارای $\aleph_{٠}$ عضو است . بنابر این ما هم مانند کانتور این نتیجه را به دست می‌آوریم :

$$\aleph_{٠} + \aleph_{٠} = \aleph_{٠} \quad \text{یا} \quad ٢\aleph_{٠} = \aleph_{٠}$$

اکنون ساده است که نشان دهیم که $٣\aleph_{٠} = \aleph_{٠}$ ، چه :

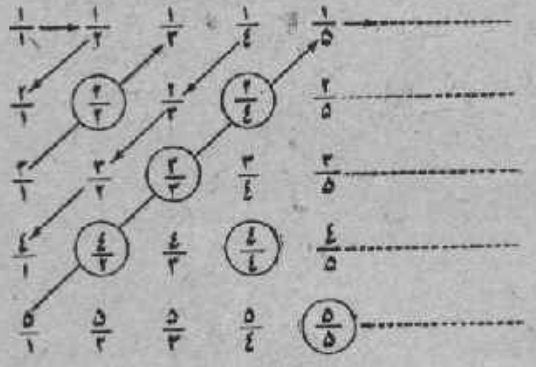
$$٣\aleph_{٠} = \aleph_{٠} + ٢\aleph_{٠} = \aleph_{٠} + \aleph_{٠} = \aleph_{٠}$$

این نتیجه که در اینجا به دست آمد باحساب ما که قبلا دیدیم اختلاف زیادی ندارد ، اما نباید فراموش کرد که حساب بینهایت کانتور قواعد دیگری غیر از حساب معمولی دارد . دو مجموعه‌ای را که در شمارهٔ ٢ هر یك دارای $\aleph_{٠}$ عضو است در نظر می‌گیریم . اگر اعدادی از ردیف بالا را در نظر بگیریم که در ردیف پایین موجود نیست و آن را مجموعهٔ تفاوتها بنامیم ، این مجموعه دارای همان عضوهایی است که مجموعهٔ ردیف دوم شمارهٔ ٣ دارد . بنابراین خود دارای $\aleph_{٠}$ عضو است . پس اختلاف دو مجموعهٔ بینهایت خود ممکن است که یك مجموعهٔ بینهایت باشد . از طرف دیگر اگر مجموعهٔ تفاوتها را در دو مجموعهٔ زیر به دست آوریم :

$$\ldots\ldots n \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٤ \text{و} ٣ \text{و} ٢ \text{و} ١$$
$$\ldots\ldots n+٢ \ldots\ldots \text{و} \ldots\ldots \text{و} ٦ \text{و} ٥ \text{و} ٤ \text{و} ٣$$

فقط دو عدد ١ و ٢ حاصل می‌شود که نشان می‌دهد که اختلاف دو مجموعهٔ بینهایت ممکن است شامل عده‌ای محدود عضو باشد . در حقیقت مجموعه $\aleph_{٠} - \aleph_{٠}$ ممکن است که شامل هر عده عضو از صفر تا $\aleph_{٠}$ باشد . با این حال ما آنقدرها خام نیستیم که اشتباه ریاضیدانان گذشته را مبنی بر طرد بینهایت تکرار نماییم .

یکی از نتایج شگفت انگیزی که کانتور به دست آورد آن بود که به اندازهٔ اعداد طبیعی اعداد گویا وجود دارد . وی این مطلب را به وسیلهٔ مقایسهٔ یك به یك میان دو مجموعه به شرح زیر نتیجه گرفت :



تمام اعداد گویایی که مقدار مساوی آن قبلا در این جدول آمده است در دایره قرار گرفته‌اند تا به این ترتیب هر عدد گویا فقط یك مرتبه در این جدول به حساب آید . پیکانها برای راهنمایی مقایسهٔ یك به یك اعداد طبیعی به‌کار رفته است . بنابراین ١ با $\frac{١}{١}$ تطبیق می‌کند ٢ با $\frac{١}{٢}$ و ٣ با $\frac{٢}{١}$ و ٤ با $\frac{٣}{١}$ و ٥ با $\frac{١}{٣}$ و ٦ با $\frac{١}{٤}$ الی آخر . و چون در مقابل هر کسر جدول یك عدد از اعداد طبیعی را می‌توان قرار داد ، نتیجه می‌شود که درست $\aleph_{٠}$ عدد گویا وجود دارد . و این نتیجه‌ای بود که وقتی که کانتور برای نخستین بار آن را اعلام کرد ، بسیاری از دانشمندان ریاضی را متحیر ساخت .

در نظر اول به نظر می‌رسد که تمام مجموعه‌های بینهایت معادل با مجموعهٔ اعداد طبیعی هستند و بی نتیجه خواهد بود که یك علم حساب برای مجموعه‌های بینهایت بنا کنیم . کانتور نشان داد که چنین نیست . وی ثابت کرد که تعداد اعداد حقیقی بین صفر و یك از شمارهٔ اعداد طبیعی بیشتر است . باید در نظر داشت که اعداد حقیقی بین صفر و یك شامل اعدادی از قبیل $\frac{\pi}{٤}$ و $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ و $\sqrt[٣]{\frac{٢}{٣١}}$ که گویا نیستند نیز می باشد . البته

به خاطر دارید که تعداد دو مجموعهٔ بینهایت وقتی متساویند که یك مقابلهٔ یك به یك بین عنصرهای آن دومجموعه برقرار باشد. چنانکه خواهیم دید چنین مقابله‌ای همواره عملی نیست. قبلا دو مجموعه بجملات زیر را در نظر بگیرید:

.... ۴ و ۳ و ۲ و ۱

.... ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱

این دو مجموعه دارای خاصیت مقابلهٔ یك به یك نیستند چه در مقابل عدد یك از مجموعهٔ پایین، عددی در مجموعهٔ بالا یافت نمی‌شود. اما هیچ اشکالی ندارد که هریك از عنصرهای مجموعهٔ دوم را یك جمله به سمت راست حرکت دهیم؛ به این ترتیب دارای خاصیت مقابلهٔ یك به یك خواهند شد. یعنی در مقابلهٔ یك به یك جمیع ترتیبهای ممکن را باید در نظر گرفت. برای رفع این شبهه کانتور ثابت کرد که اگر اعداد طبیعی بین صفر و یك را به هر ترتیب به نویسیم، نخواهیم توانست آنها را به مقابلهٔ یك به یك با اعداد طبیعی درآوریم. برای اثبات این مطلب کانتور با روش برهان خلف چنین استدلال کرده است:

فرض کنیم که که به اندازهٔ اعداد طبیعی اعداد حقیقی بین صفر و یك وجود دارد. در چنین صورتی تمام اعداد حقیقی بین صفر تا یك را می توان به ترتیب دلخواهی مرتب کرد. نخستین عدد هر چقدر باشد، می توان مقدار آن را به صورت یك کسر اعشاری که تعداد ارقام آن بینهایت است نوشت. این کسر اعشاری را که ممکن است مانند ۰٫۷۵۰۰۰۰۰۰۰ که بیشتر ارقامش صفر است باشد به صورت ۰٫$a_1a_2a_3$.... نشان داد. به همین ترتیب دومین عدد را با ۰٫$b_1b_2b_3$.... و سومین عدد را با ۰٫$c_1c_2c_3$.... نشان می‌دهیم و به محض آنکه الفبایی را که می‌نویسیم تمام شد، الفبای دیگری به کار می‌بریم. بنابراین تمام اعداد صفر تا یك را به ترتیب زیر می‌توان نوشت:

۰٫$a_1a_2a_3a_4$ ....

۰٫$b_1b_2b_3b_4$ ....

۰٫$c_1c_2c_3c_4$ ....

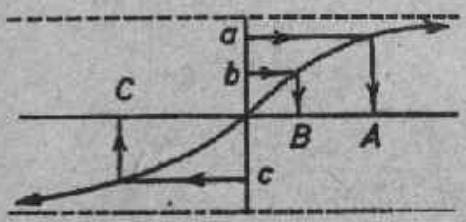
۰٫$d_1d_2d_3d_4$ ....

کانتور نشان داد که بدین ترتیب عددی وجود دارد که در سلسلهٔ اعداد فوق بحساب نیامده است، چه اگر عددی فرض کنیم که رقم اول اعشاری آن مخالف رقم اعشاری عدد اول و رقم دوم آن مخالف b_2 و رقم سوم آن مخالف c_3 و رقم چهارم آن مخالف d_4 و به همین ترتیب رقم nام آن مخالف رقم nام عدد nام باشد، چنین عددی در سلسله اعداد فوق موجود نیست؛ بنابراین فرض اینکه تمام اعداد بین صفر تا یك در مقابلهٔ یك به یك با اعداد طبیعی باشند محال است. پس تعداد اعداد حقیقی بین صفر و یك بیشتر از تعداد اعداد طبیعی است.

کانتور شمارهٔ اعداد حقیقی بین صفر و یك را با حروف C نشان داد. نتایجی که مربوط به مجموعهٔ C می‌باشد از نتایج حاصل از مجموعه $\aleph$ جالبتر و شگفت انگیزتر است. فرض کنیم که اعداد از صفر تا یك را بوسیلهٔ نقاط واقع بر یك قطعه خط یك سانتیمتری نشان دهیم. کانتور از خاصیت مقابله استفاده کرد و نتیجه گرفت که تعداد نقاطی که روی یك قطعه خط دو سانتیمتری واقع شده برابر تعداد نقاط یك قطعه خط یك سانتیمتری است. شما هم می‌توانید همین نتیجه را بدست آورید. کافی است که یك قطعه خط یك سانتیمتری و یك قطعه خط دو سانتیمتری بکشید و دو سر یکی را به دو سر دیگری وصل کنید تا دو خط حاصل در نقطه p تلاقی نمایند. هر نقطه از خط اول را به نقطهٔ p وصل کرده امتداد دهید تا خط دوم را در یك نقطه قطع نماید و بر عکس.

بنابراین در مقابل هر نقطه از خط اول یك نقطه از خط دوم و در مقابل هر نقطه از خط دوم یك نقطه از خط اول می‌توان یافت. و این نشان می‌دهد که دو قطعه خط دارای یك عده نقطه می‌باشند.

شکل زیر راهی است که هر نقطه از یك قطعه خط دو سانتیمتری را در مقابل یك نقطه از یك خط نامحدود قرار می‌دهد و برعکس. خط نامحدود افقی و قطعه خط یك سانتیمتری به طور قائم رسم شده است. منحنی که در شکل رسم شده یك منحنی اختیاری است به قسمی که از چپ به راست همواره رو به طرف بالا باشد و ضمناً به خطوط نقطه چین مجانبی وار نزدیك گردد. پیکانها نشان می‌دهند که چگونه هر نقطه یك قطعه خط دو سانتیمتری مطابق با یك نقطه خط نامحدود گردیده است. برای اینکه در مقابل هر نقطه از خط نامحدود نقطه‌ای از قطعه خط دو سانتیمتری بیابید کافی است جهت پیکانها را عوض کنید.



همچنان که C عدد بینهایتی بزرگتر از $\aleph$ است بینهایتهایی بزرگتر از C وجود دارد و همچنان که عددی را به عنوان بزرگترین عدد نمی‌توان نام برد، بزرگترین بینهایت را هم نمی‌توان مشخص کرد.

حال که تا اندازه‌ای با بینهایت آشنا شده‌اید، می‌خواهیم مسئله‌ای برای شما طرح کنیم. لوله‌ای شیپدار فرض کنید که بر-

بالای سبدی قرار گرفته واز داخل آن توپهای پینگ پونگ به داخل سبد می‌ریزند. این توپها به‌محض جداشدن ازلوله‌دارای شمارهٔ ترتیبی می‌شوندکه از یك شروع می‌شود . یك‌دقیقه قبل ازظهر توپهای شمارهٔ ۱ تا ۱۰ داخل سبد می‌ریزند. موجودی که دارای نیروی فوق انسان است و ما اورا **فوق‌بشر** می‌نامیم نیم‌دقیقه قبل ازظهر بالای سبد می‌رسد و توپ شمارهٔ ۱ را از سبد بیرون می‌آورد و دراین حال‌توپهای شمارهٔ ۱۱ تا ۲۰ به داخل سبدمی‌ریزند. این فوق بشر در $\frac{1}{4}$ دقیقه‌به‌ظهر توپ‌شمارهٔ ۲ را از سبد بیرون می‌آورد و درهمین‌لحظه توپهای به شمارهٔ ۲۱ تا ۳۰ داخل‌سبد می‌ریزند. $\frac{1}{8}$ دقیقه قبل ازظهر توپ شمارهٔ ۳ را ازسبد بیرون می‌آورد و توپهای شمارهٔ ۳۱ تا ۴۰ ازلوله بسبد می‌ریزند. اگر این عمل به‌همین ترتیب که ازنظرزمان یك‌تصاعد هندسی است ادامه یابد ، درساعت ۱۲ظهر چند توپ در سبد باقی می‌ماند ؟

لابد خواهید گفت خیلی، چون درمقابل هریك توپ که فوق‌بشر برمی‌دارد ۱۰ توپ به‌داخل‌سبد می‌ریزد . ولی جواب این‌نیست توجه کنید.

سبد درساعت ۱۲خالی است اگرچه درهربار ۱۰برابر توپهایی که از سبد خارج شده داخل سبدریخته است. چون‌توپها دارای‌شماره‌بوده‌است‌می‌توان‌فرض کرد که‌این فوق‌بشر توپهارا به ترتیب‌شماره ازسبد خارج می‌کند. مثلاتوپ nام را در $\binom{1}{2}^n$ دقیقهٔ قبل‌ازظهر‌ازسبدخارج‌می‌کند.بنابراین‌تعداددفعاتی که این فوق‌بشر ازسبد توپ خارج می‌کند برابر است باتعداد جملات هندسی : $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \ldots\ldots$ که به‌همان اندازهٔ تعداد اعداد طبیعی ، یعنی توپهایی است که در سبد می‌ریزد.

به‌عنوان مسئلهٔ دوم فرض کنیم که درهمان مسئلهٔ قبل‌فوق‌بشر ما دارای رفیقه‌ای بوده که به وی خیانت کرده واو راکور نموده است . بدین‌لحاظ وقتی که او می‌خواهد توپی‌را از سبد بیرون آورد نمی‌داند این توپ دارای‌چه‌شماره‌ای است. به‌این ترتیب اگر مثل مسئلهٔ قبل، درهمان‌فواصل ۱۰۰ توپ باهمان شماره‌ها به داخل سبد ریخته شود و یك توپ که شمارهٔ آن معلوم نیست از سبد خارج گردد، در ساعت ۱۲ چند توپ در سبد می‌ماند ؟

جواب این سؤالی است که جواب مشخص ندارد. اگر تصادفاً توپهای خارج‌شده به‌شمارهٔ‌ترتیب ازیك به بعد مانندمسئلهٔ قبل‌خارج‌شود، سبد درساعت۱۲ خالی‌است. البته حالات‌دیگری هم وجود دارد که اگر به‌آن ترتیب هم توپهااز سبد خارج‌شود، سبد درساعت ۱۲ خالی گردد. اما اگر توپهای خارج‌شده به شماره‌های ۲و۴و۶..... باشند‌توپهای‌به‌شماره ۱و۳و۵..... درسبد باقی‌می‌ماند . ترتیبهای دیگر برای خارج‌کردن توپها می‌توانید فکر کنیدکه هرتعداد ویا هرشمارهٔ دلخواهی ازتوپها درسبد بماند .

آنچه دربالا گفته شد، سفرنامهٔ کوتاهی بودبه‌بینهایت . همان‌طور که قطعاً حدس زده‌اید مافقط توانسته‌ایم به‌گوشه‌ای‌از بینهایت ناخنك بزنیم. بابه‌کار بردن قانون مقابلهٔ یك به یك کانتور، اصل‌وکل‌بزرگتراست ازهریك از اجزاء خودمطرود می‌شود ووقتی فکرما از این بندهائی یافت ، دنیای ریاضیات مجرد نوینی دربرابر دیدگان ما گسترده می‌گردد.

● ● ●

آیا شما هم می‌توانید؟

به این قالبها نگاه کنید :

$۲۴+۳=۲۷$	$۹+۹=۱۸$
$۲۴\times۳=۷۲$	$۹\times۹=۸۱$
$۴۹۷+۲=۴۹۹$	$۴۷+۲=۴۹$
$۴۹۷\times۲=۹۹۴$	$۴۷\times۲=۹۴$

شاید اعداد دیگری نیز باشند که به این قالبها بخورند . آیا شما هم می‌توانید با آنها چنین قالبهایی بسازید ؟

اینشتاین (بقیه از صفحهٔ ۹)

این امر فریضه‌ای بود. این دانشمند بزرگ دوست نداشت که افراد خانواده‌اش به موسیقی او گوش فرادارند. اگر مارا می‌دید از نواختن باز می‌ایستاد. وگرنه تالار پرمی‌شد از نواهای خوش آهنگ، از آهنگهای پیچیده و دشوار، از یک نوای شبانی و از قطعات **موتسارت، برامس، باخ**، (که مورد تکریم دانشمند بزرگ بود) **شوبرت و بتهوون**.

گاهی وقتی که به در نزدیک می‌شدم، آهنگ خوش مرتجلانه‌ای می‌شنیدم که بی‌نقشه و بی‌تهیهٔ قبلی نواخته می‌شد. اندیشه‌هایی بود که به وسیلهٔ موسیقی بیان می‌گردید. غالباً آلبرت رامی‌دیدم که دست از پیانو می‌کشید در حالی که سورتش حالتی ناشی از یک درون ژرف وجذبه وجد نشان می‌داد.

موسیقی برای اینشتاین به‌قسمی که بعضی وانمود کرده‌اند یک امر فرعی نیست بلکه جزئی از وجود او به‌شمار می‌رود. برای او پیانو یا ویولن زدن نوعی از متجلی ساختن اندیشه با یک وسیلهٔ ماشینی است.

برای او موسیقی در آغاز روز محیطی مساعد به وجود می‌آورد. بعضی صبحها آلبرت ویلونش را برمی‌داشت و مدت یک ساعت بلکه بیشتر نوتهای یکنواخت یک گام را از پایین به‌بالا وازبالا به‌پایین تکرار می‌کرد و واضح بود که به‌این‌طریق و با تهیهٔ این مقدمه، اوج گرفتن افکار او آسانتر می‌شد.

در اینجاهم همان منبع، یا بهتر آن باشد که گفته شود، همان تأثیری که انگیزهٔ پژوهشهای اینشتاین بود مداخله دارد و آن تصدیق حکومت قانون هم‌آهنگی (هارمونی) برجهان بی‌پایان است.

وقتی که اینشتاین سررا چنان برروی ویولن خم می‌کند که گویی می‌خواهد سیمهای آن‌را ازهم بازبشناسد، حالت بسیار دقیق او حکایت ازپذیرفتن این قوانین می‌کند.

***

پیک حیرت‌انگیز روزانه

پس از آنکه اینشتاین صبحانهٔ خودرا، که همیشه ساده و مرکب ازقهوه ونان سوخته و تخم‌مرغ بود، صرف می‌کرد منشی او نزدوی می‌آمد و نامه‌هایی راکه تاصبح رسیده بود به‌تالار غذاخوری می‌آورد.

تعداد نامه ها گاهی چندان زیاد بود که دربان، که «اتو» نام داشت، مجبور بود آنها را درچندکیسه به بالا بیاورد. از هرگوشهٔ جهان نامه می‌رسید، ازژاپن، کلکته، مادرید، کالیفرنیا پاریس، لندن، رم، و ازطرف مردمی از هرطبقه و هرنژاد، از همکارانی که مسائل ریاضی را مورد بحث قرار می‌دادند، و از بیگانگانی که پول، کار، کمک یاحمایت می‌طلبیدند.

اینشتاین مانند یک غیبگوی جهانی است که هرکس به‌خود حق می‌دهد باوی مشورت کند. علاوه بر نامه‌ها تعداد بادر نکردنی نسخه‌های خطی کتابهایی بودورباره مطالب ادبی، فلسفی، علمی، شبه علمی.

روزی یک نسخهٔ خطی رسید که از کاغذهای رنگارنگ تهیه شده بود وروی آنها بامداد سرخ وآبی نوشته بودند. اینشتاین آن‌را برداشت ونگاهی به‌نوشته‌های آن افکند و درحالی که کلافه شده بود به‌منشی خودگفت:

«نگاه کنید، روکاس، بگمانم فقط دیوانه‌ها نسخه‌های خطی خودرابرایم می‌فرستند.»

گاهی تعداد نامه‌ها آنقدر بود که هلن‌دوکاس از عهدهٔ منظم کردن آنها برنمی‌آمد و دست به دامن السا می‌شد، زیرا که نامه‌ها باید مرتب و خلاصه شود و بعد به‌نظر اینشتاین برسد. نامه‌ها ازطرف هرملتی که‌روی زمین زندگی می‌کردبود و به ناچار بعض ازآنهارا بمترجمان می‌دادند. روی میزها، صلیبها، صندلیها، همه‌جا پراز نامه بود. اینشتاین با حالت بهت به‌آنها نگاه می‌کرد.

روزی به السا گفت: «این‌جنون دیری نمی‌پاید وبزودی قطع می‌شود. دنیا همین‌طور است، امروز اوج شهرت، فردا حضیض فراموشی!

***

دانشمند و پیپش

اینشتاین مخصوصاً پیپ می‌کشید. کهنه‌ترین ودوازده‌ترین مجموعهٔ پیپهارانزد او دیده‌ام. گاه به‌گاه پیپ تازه‌ای به‌او تقدیم می‌شود، اماوی خیلی به‌ندرت ازآنها استفاده می‌کند. وقتی که در دفترش مشغول کاراست پیپ می‌کشد، وقتی‌هم که‌مشغول فکر کردن است یا استراحت می‌کند پیپ می‌کشد، درحقیقت دائماً پیپ می‌کشد.

عنصری که مغزوی‌را انباشته است نه‌تنها درقیافه اوصفای بی‌همتایی بخشیده بلکه به‌حرکات‌اوهم حالت خاصی داده است. هریک ازحرکات او حساب شده ومستقیم است. هیچ‌کاری راتند انجام نمی‌دهد. دست چپ و زمخت او حرکاتی سنجیده و منظم‌دارد.

قدر و ارزش هریک از چیزهایی را که به کار می‌برد می‌داند وگویی برای‌آنها احترامی زیاد قائل است. وقتی که خودنویسش را ازجیبش بیرون می‌آورد این‌کار را بادقتی‌توام باظرافت می‌کند. وقتی که کارد یا چنگال یا اسباب دیگری را به‌کار می‌برد طرز لمس‌کردن آنها بسیار آرام و سبک و ظریف است، گویی باهر حرکت اواین گفته همراه است که «ببینید چقدر این‌حرکت ساده و صادقانه است وچطور درست به نتیجه می‌رسد. «دوست داشتم که‌کارکردن اورا تماشا کنم، در چنین

حالی شخصیت اورا ازیاد می‌بردم وفقط به‌عمل وطرز انجام‌آن توجه داشتم.

کسانی‌که به اصطلاح «نان را به نرخ روز می‌خورند» عادت دارند که سرپیشان را درکف دستشان نگاه می‌دارند. هنرمندان لوله پیپ را خیلی سبك لای انگشتهای دوم و سوم می‌گیرند. اینشتاین لولهٔ پیپ‌خودرا، سبك، مانند آرشاویولن نگاه می‌دارد، یعنی انگشت شست زیر وسه انگشت دیگر بالای آن. راه رفتنش سنگین است وسنگین‌تر می‌شود، اما صدای‌پای اوراکسی نمی‌شنود، زیراکه‌نرم حرکت می‌کند. خیلی‌آهسته وباقاطعیت راه می‌رود، گویی‌بی‌آنکه حرکت‌کند پیش‌می‌رود.

هیچگاه ندیده‌ام، شتابزدگی‌کند، درست می‌داند چه‌وقت باید برود وکی باید برگردد. هیچگاه از جـائی‌پرد و هیچ‌وقت یك‌تصمیم حادآنی یایك‌حرکت بی‌حساب ندارد. هرچه هم‌می‌نویسد دارای دقت‌ریاضی است.

شب،وقتی‌که درمیان‌حلقه‌ای از دوستان صمیمی وفیزیك‌دانان و دانشمندان می‌نشیند هیچ‌وضع تصنعی ندارد. درحالی‌که درصندلی راحتی فرورفته و پیپ را در دهان دارد به‌گفته‌های دیگران گوش‌می‌دهد. دوست دارد داستانهای کوچك بگوید و خوب هم‌می‌گوید. گاهی ناگهان یك‌کلمهٔ عامیانه به‌کار می‌برد. معلوم نیست این‌کلمات را ازکجا یادگرفته است، اما به‌هرحال لغتهای عامیانهٔ همه‌کشورها را بلد است واین امر به صحبت او رنگی‌خاص می‌دهد. یکی از دوستانش روزی‌به‌من گفت «کلمات عامیانه را به‌کار می‌برد زیرا که فهمیده است این کلمات روح گفتگوی مردم عادی‌است.»

«و مادر برلن باهم چنین‌ساده‌تمند می زیستیم.

از کتاب زندگی خودمانی اینشتاین نوشتهٔ داماریانف وب. واین، یهبر

***

درنظر نزدیکانش چنین بود تصویر مردی بزرگ‌که‌در حیات خود شاهد افتخاری بی‌سابقه و بی‌نظیر گردیدوآن‌اینکه صورت وی را در میان صورتهای نوابغ اعصار مختلف‌درکلیسای «ریورسایدِ» نیویورك نقش‌کردند.

وی‌در۲۳ اسفند ۱۲۵۷(= ۱۴ مارس۱۸۷۹م) درشهر **اولم**[1] شهرستان **ورتمبرگ**[2] از پدرومادری یهودی‌که جزء توانگران خرده‌پای آلمان بودند چشم‌بدنیا گشوده‌بود. خیلی زود به‌فکر افتادکه قوانین ساده‌ای راکه باید برجهان‌حکومت کنند به‌زبان ریاضی بیان‌کند. به‌سال ۱۲۸۳(= ۱۹۰۵م) سه مقاله‌مشهوری را منتشر ساخت‌که دریکی ازآنها فرضیه«نسبیت» را پی‌ریزی می‌کرد ودر دومی ازبازگشت فرضیه ذرات‌کوچك به‌صورت «کوانتومهای نور» به‌بحث‌نور خیرمی‌داد ودر سومی قوانین‌حرکت **براون**[3] رامسجل‌می‌ساخت. ازآن‌پس وی‌فرضیهٔ خودرا تعمیم‌داد. براثرمطالعه درتأثیر نیروی جاذبه‌بر نوراصل تعادل‌نیروی جاذبه ونیروی جبر (اینرسی) رابیان‌کرد.

وبه‌موجب این اصل می‌بایستی مسیرپرتوهای نوربراثر نیروی جاذبه‌از خط مستقیم خارج ومنحرف شود. به‌سال۱۳۰۰جایزهٔ نوبل در فیزیك به او داده شد. پس از آنکه در اروپا وجهان سفرهای بسیارکرد سرانجام‌به‌طور قطع در آمریکا اقامت‌گزید و در سال ۲۹ فـروردین ۱۳۳٤ در پرینستن چراغ عمرش خاموش شد.

***

بچه‌و آنچه نادیدنی است

اینشتاین پنجساله بودکه پدرش قطب‌نمایی را به اونشان داد. خاصیت شگفت‌آور عقربهٔ مغناطیسی دراو سخت تأثیرکرد. باخود اندیشیدکه «پس‌چیزی نادیدنی این‌عقربه را به حرکت درمی‌آورد!». این‌یکی ازنکاتی بودکه وی‌رامتوجه، فکرکردن دربارهٔ خواص مرموزفضای تهی‌کرد.

***

دونوع فیزیکدان

وقتی‌که اینشتاین بـه عضویت آکادمی شاهی علوم پروس پذیرفته شد، یك دانشمندآلمانی اعلام داشت‌که از این‌پس‌درآن انجمن محترم دو نوع فیزیکدان وجود خواهند داشت : یکی اینشتاین «دیگری دیگران.

***

هرجا باشد

قدرت فکری وی به‌حدی بودکه در هرمکان می‌توانست فکرکند، یعنی فکرش‌کارکند. **فیلیپ‌فرانك**حکایت‌می‌کندکه روزی که اینشتاین واو مسمم بودندکه بـاهم بدیدن رسدخانه آسترو‌فیزیك **پتسدام** بروندقرارگذاشتندکه،درساعت معین‌روی یکی ازپله‌های برلن یکدیگررا ببینند. پرفسور فرانك‌که‌برلن را خوب بلد نبود نتوانست قول بدهد کـه درست سروقت در میعادگاه باشد. اینشتاین گفت «هیچ اهمیت ندارد، من‌روی پل منتظر خواهم‌بود». چون رفیقش اظهار نگرانی کردکه بیم‌آن می‌رود که وقت اینشتاین زیاد تلف‌شود دانشمند به‌حال اعتراض گفت«ابداً، ابداً»

نوع‌کارمن طوری است‌که همه‌جا می‌شود کارکرد. دلیلی

---

۱) Ulm

۲) Wurtemberg

۳) حرکت ارتعاشی سریع ذراتی‌که دریك جسم‌سیال به‌حال تعلیق‌هستند ودکتر رابرت‌براون اسکاتلندی (۱۱۵۱-۱۲۳۶) آن را کشف کرد.

ندارد که دربارهٔ مسئله‌ای نتوانم روی پله‌پستدام به‌خوبی‌خانه‌ام فکر نکنم.

***

اطمینان

همیشه به‌تفوق فکری خود اطمینان داشت . روز بعد از کسوف سال۱۲۹۷، که درآن پیشگویی وی دربارهٔ انحراف‌نور ستاره‌ها درحوزهٔ جاذبه خورشید به‌تحقیق پیوست، وقتی به او تبریك گفتند که عکسهایی که در دست دارد دلیل قاطعی‌برصحت فرضیهٔ اوست باتعجب گفت :

«دلیل»؟دلیل! دلیل‌برای دیگران لازم‌بود، من‌احتیاجی به‌آن نداشتم».

***

جناس لفظی

به موقع از جناس لفظی غفلت نمی‌کرد . زمانی که در پاریس بود روزی در «انجمن فلسفی» ازعقیدهٔ او درباره کانت سوالی کردند.وی‌ازجواب گفتن باادای‌این‌جمله به‌زبان‌فرانسوی، طفره رفت:

۱) Cheuu, vous savez, garde son Kant à soi

***

نفر سوم

روزی کسی به **ادینگتن**[۲] گفت که‌وی، یعنی ادینگتن ، یکی‌ازسه‌نفری است‌که فرضیهٔ نسبیت را فهمیده است، وباکمال تعجب احساس کرد که مخاطب دانشمند او کمی ناراحت شده است و این ناراحتی را حمل برتواضع و فروتنی وی کرد. اما ادینگتن زیرلب پرسید: «نفرسوم کیست؟» .

***

چند اندیشه از آلبرت اینشتاین

«هر کس راکه بارغبت باصف و دسته‌بندی به دنبال دستهٔ موزیك به راه می‌افتد خوار می‌شمارم . بی‌شك اشتباهامغزدرسرچنین کسی گذاشته شده است، برای اومغز حرام کافی است .»

***

«دلپذیرترین احساسی‌که ممکن است به آدمی دست‌دهدآن‌است‌که‌در برابرگهوارهٔ هنروعلم‌حقیقی وجود دارد.»

***

«هیچگاه فکر نمی‌کنیم‌که خدا دنیارابه‌بازی آفریده‌باشد.»

***

« نامفهومترین چیز در دنیا آن است‌کـه دنیامفهوم است .»

***

«اعتقاد به اینکه معیارهای موجود برای عالم هستی عقلایی، یعنی به‌وسیلهٔ عقل قابل درك، هستند خاص محیط دین است. دانشمندی‌که چنین عقیده و ایمانی‌نداشته باشدبرای‌من‌قابل تصورنیست. این‌وضع رامی‌توان به‌وسیلهٔ این تمثیل مجسم ساخت که:«علم بی‌وجود دین شل است ودین بی‌بودن علم‌کور .»

***

اگر برای علوم‌کیهانی جنبهٔ دینی قائل شویم این جنبه نه‌به‌تشکیل اندیشهٔ روشنی دربارهٔ‌خدامنجر می‌شود و نه‌به‌فرضیه‌ای منتهی‌می‌گردد . پس‌چگونه ممکن است‌کـه چنین جنبه‌ای از فردی به فرد دیگر انتقال یابد؟ به‌نظر من وظیفه اصلی هنرو علم است که چنین احساس رادرکسانی‌که آمادگی برای‌درك وقبول آن دارند بیدارکند و حفظ نماید.

***

---

۱) تلفظ Kant à soi و quant à soi یکی است و عبارت دومی به معنی عقیده شخصی است . معنی تحت‌اللفظی جمله‌ای که اینشتاین گفته است چنین است «می‌دانیدکه هرکس کانتش‌را برای خودش حفظ می‌کند» . و مراد او بااستفاده ازجناس لفظی این نبودکه «می‌دانید عقیدهٔ هرکس برای خودش محفوظ است» .

۲) Eddington



بر دانش خود بیفزائید

سومین کتاب از مجموعه کتابهای علمی جیبی صدف

خوابیدن ـ خواب کردن

با هیپنوتیزم ـ خواب دیدن

اثر پروفسور ل . روخلین

ترجمهٔ . ع . دخانیاتی

هرچند از دیرزمان بسیاری از دانشمندان دربارهٔ مسئلهٔ خوابیدن وخواب دیدن به بررسی و تحقیق پرداخته‌اند، معذالك طبیعت وماهیت آن مدتی دراز بلاتوضیح ماند. در این کتاب به این بررسی‌ها اشاره رفته و کیفیت ومعنای خواب وهیپنوتیزم و خواب دیدن در پرتو آخرین آراء علمی روشن وآشکار گشته است

چهارمین کتاب ازمجموعهٔ کتابهای علمی جیبی صدف

جاذبه

اثر ژرژ گاموف

ترجمهٔ محمود عرب اف

جاذبه، قانونی که برجهان حکومت میکند یعنی عاملی که صدبیلیون ستاره رادر کهکشان در کنار یکدیگر نگه داشته، سبب گردش زمین بدور خورشید و یا گردش ماه بدور زمین شده و یاموجب افتادن سیب از درخت و یا سقوط اسفنالها و اپیما روی زمین است

در تاریخ درك بشر از جاذبه نام سه انسان بزرگ ثبت است «**گالیله او گالیله‌ای**» کسی که برای اولین بار اثر جاذبه را در سقوط آزاد اجسام مورد مطالعه قرارداد «**اسحق نیوتن**» کسی که این جاذبه را بصورت یك نیروی جهانی بیان کرد «**آلبرت اینشتن**» که نشان داد جاذبه چیزی جز انحنای فضای چهاربعدی زمان ومکان نیست

دراین کتاب این سه مرحله از پیشرفت و تکامل جاذبه را خواهیم دید

ازاین مجموعه بزودی منتشر میشود

۱ـ **زندگی درفراخنای جهان** ـ اثر اوندن ـ ترجمهٔ آذرطوسی و روح‌الله عباسی

۲ـ **اندازه‌گیری زمان** ـ اثر پروفسور زاولسکی ترجمهٔ مهدی تجلی پور

۳ـ **داستانهای علمی** ـ ترجمهٔ دخانیاتی

کتابهای جیبی علمی صدف

از انتشارات

شرکت سهامی نشر اندیشه

تهران ـ شاه‌آباد شماره ۹۹ تلفن ۳۰۲۹۶۳

پنجمین کتاب ازمجموعهٔ کتابهای علمی ـ جیبی صدف

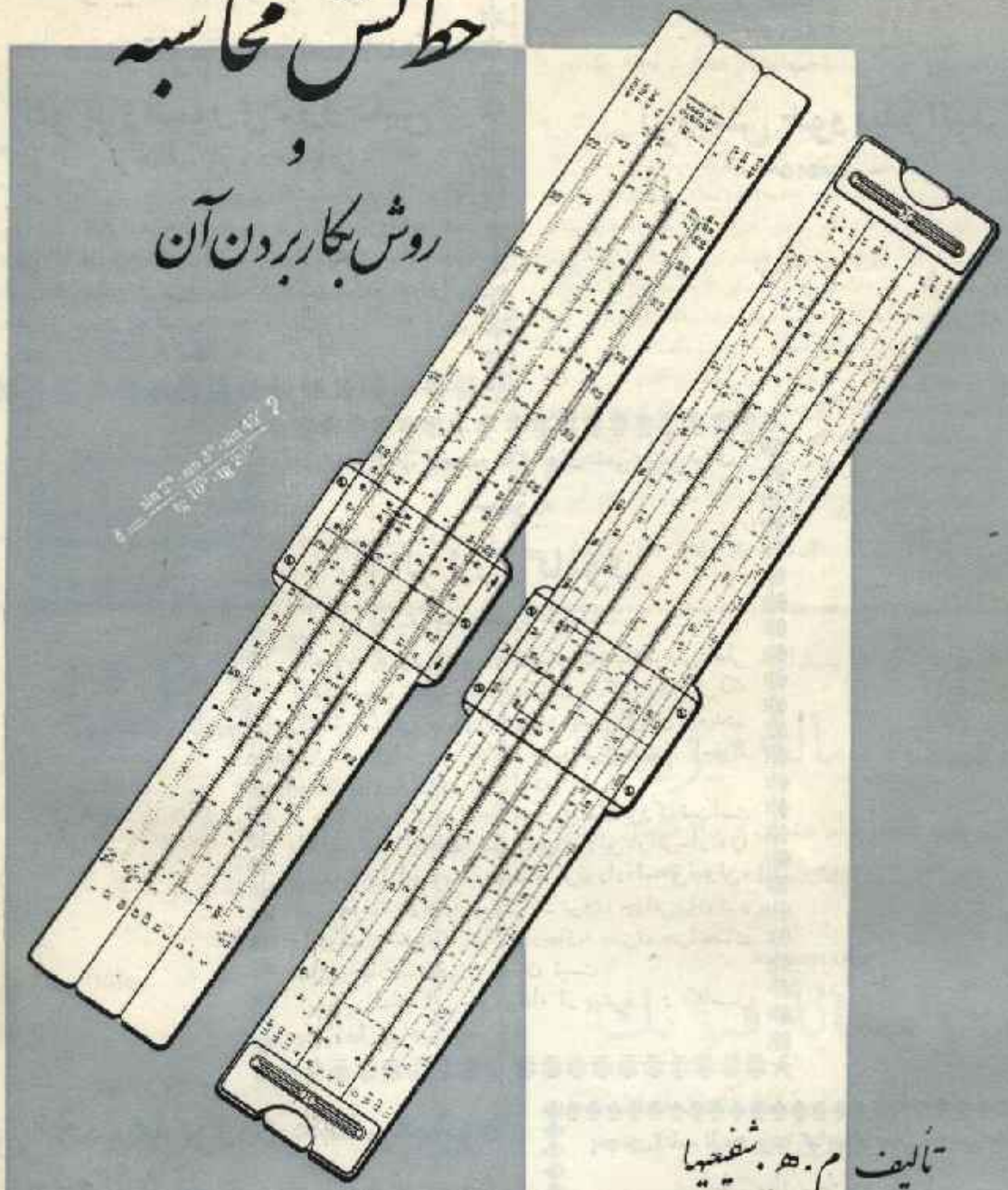
ساختمان خورشید

اثر آماسویچ

ترجمهٔ روح‌الله عباسی و هوشنگ کریمی

چرا اختران میدرخشند آنچه عاملی بآنها امکان میدهد که مقادیر عظیمی از نیروهای حرارتی و نور خود را باقصی نقاط فضای کیهانی گسیل دارند؟ منشاء انرژی اختری چیست وساختمان خورشید چگونه است؟ آیا ممکن است روزی برسد که منبع این نیروی فیاض بخشکی گراید و سرانجام ستارگان و خورشید خاموش شوند؟ اگر چنین احتمالی وجود داشته باشد درچه زمانی اتفاق خواهد افتاد

اُصول
خط‌کش محاسبه
و
روش بکاربردن آن



تألیف م. ه. شفیعیها

اصول خط‌کش محاسبه و روش بکار بردن آن کتابی است که در آن طرز به‌کار بردن خط‌کش محاسبه را به طرز کاملا واضح و روشنی برای شما شرح می‌دهد. پس از مطالعه کتاب مزبور متوجه خواهید شد، کسیکه مسلط بر کارهای فکری باشد و عملیاتی را که معمولا در مدت یك دقیقه و نیم (۹۰ ثانیه) انجام می‌دهد چنانچه بر خط‌کش محاسبه مسلط باشد این عملیات را فقط در مدت ۱۰ ثانیه انجام خواهد داد.

از انجائیکه کار کردن باخط‌کش محاسبه خسته‌کننده نیست و مراجعه به آن چندان اشکالی ندارد اگر سرعت عمل را نیز به این نکات اضافه کنیم رجحان استعمال آن به‌خوبی آشکار می‌شود.

این کتاب طوری نوشته است که علاوه بر مهندسین، تکنیسین‌ها و کارگرهای متخصص، فارغ‌التحصیلان مدارس صنعتی و دانش آموزان سالهای پنجم و ششم متوسطه نیز به خوبی می‌توانند از آن استفاده کنند.

N.I.C

انتشارات نیل را بخوانید و ذهن خود را از گنجینه دانش امروز غنی سازید
تهران ــ مخبرالدوله
تلفن ۳۰٤۱۲۸