شمارهٔ فوق‌العادهٔ

یکان
مجلهٔ ریاضیات

فروردین ۱۳۴۷

ضمیمهٔ :

ریاضیات سال ۱۳۴۶

برای دانش آموزان کلاس سوم دبیرستانها

$$(a+x)^n = a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}x^3 + \cdots + x^n$$

فهرست مندرجات :

دانستنیها از ریاضی جدید	۱
ریاضیدانهای بزرگ ایران	۴
چند مسئلهٔ ساده ـ تفریح با اعداد	۷
قوانین کپلر	۸
بازی با اشکال	۱۰
حل جبری بعضی از معماها	۱۱
موش خورون هم حساب دارد	۱۲
تفنن در نوشتن اعداد	۱۳
به‌کمک جبر حل کنید	۱۴
اعداد بزرگ دراطراف‌ما ودرون‌ما	۱۵
قالبهایی از اعداد	۱۶
سعی‌کنید فوراً جواب دهید	۱۸
جادوی اشکال	۱۹
مسائل امتحانات داخلی کلاسهای سوم دبیرستانها	۲۰
پاسخها	۳۵

بها : ۱۲ ریال

بنا به‌خواست دانش‌آموزان کلاسهای سوم دبیرستان‌مبنی براینکه قسمتی از مندرجات مجلهٔ یکان به مطالبی در حدود برنامهٔ تحصیلی آنان اختصاص یابد و مخصوصاً سؤالات امتحانی آخر سال کلاسهای سوم هم ضمن شمارهٔ مخصوص یکان سال چاپ شود و با توجه به‌اینکه چاپ توأم مطالبی مربوط به دانش‌آموزان کلاسهای ششم وسوم دریك مجلد برای هردو دسته اشکالاتی بوجود می‌آورد، ازاین به‌بعد در اسفندماه هرسال جـزوه‌ای بـه ضمیمهٔ یکان سال برای دانش آموزان کلاسهای سوم چاپ شده در اختیار آنان گذاشته می‌شود. دومین جزوه ازاین مجموعه به این وسیله به دوستداران تقدیم می‌شود. نظریه‌ها و پیشنهادهایی‌کـه واصل شود در تهیه و بهبود جزوه‌های بعدی تأثیر کلی خواهد داشت.

قسمت عمدهٔ مندرجات این جزوه، غیر از دانش‌آموزان کلاسهای سوم، برای دانش آموزان کلاسهای پائینتر ودیگران نیز قابل استفاده می‌باشد.

مدیر مجلهٔ یکان

YEKAN

یکان

Mathematical Magazine

مجلهٔ ریاضیات

SPECIAL NUMBER

March 1969

تأسیس: بهمن‌ماه ۱۳۴۲

ضمیمهٔ شمارهٔ‌فوق‌العادهٔ یکان‌سال ۱۳۴۷

تاریخ انتشار: فروردین ۱۳۴۷

صاحب‌امتیاز و مدیرمسؤول: عبدالحسین مصحفی

مدیر داخلی: داود مصحفی

TEHERAN, P.O.B. 2463

نشانی اداره: تهران خیابان لاله‌زارنو، نزدیك شاهرضا، شمارهٔ ۸۱

نشانی پستی: تهران، صندوق پستی ۲۴۶۳ ــ تلفن: ۳۳۳۱۸۱

چاپ آذر ــ تلفن ۶۴۰۲۸

دانستنیها

خارج از برنامهٔ ما = متن برنامهٔ دیگران

عبدالحسین مصحفی

مفهوم تعریف ناپذیر ـ مفهومهایی که در هرشاخهٔ از ریاضیات موردمطالعه واقع می‌شوند به‌دودسته تقسیم‌می‌شوند:

۱ـ آنچه‌که بدون اثبات پذیرفته می‌شود .

۲ـ آنچه‌که بعداز اثبات پذیرفته است .

مفهومهایی‌که بدون اثبات پذیرفته می‌شوند عبارتند از:

الف ـ مفهومهای اولیه یا مفهومهای تعریف ناپذیر (یا مفهومهای تعّریف نشدنی) ، بطورکلی آنچه که دانسته فرض می‌شود .

ب ـ آنچه‌که به‌عنوان تعریف وطبق‌قرارداد قبول‌می‌شود.

ج ـ آنچه‌که به‌عنوان اصل متعارفی قبول‌می‌شود.

د ـ آنچه‌که به‌عنوان اصل موضوع پذیرفته می‌شود .

مثال ۱ـ درهندسهٔ مسطحه، نقطه وخط دومفهوم‌تعریف ناپذیراند. اگرهم درسابق کوشیده‌اندکه نقطه یا خط را تعریف کنند مفهومهای دیگری را دانسته فرض کرده‌اند .

مثال ۲ـ درحساب، عدد «یك» و «جمع بایك» تعریف ناپذیراست. مقصود از «جمع بایك» تشکیل سلسلهٔ اعداد است. یعنی :

از جمع یك با یك عدد ۲ تشکیل می‌شود .

از جمع ۲ با یك عدد ۳ حاصل می‌شود .

. . . . . .

* * *

مجموعه ـ در کشورما هنوز مانند سابق ریاضیات به صورت شاخه‌های : حساب وجبر، هندسه وغیره آموخته‌می‌شود اما در بسیاری از کشورها روش جدیدی بکار می‌برند. در این روش دیگر ریاضیات شامل چند شاخه نیست ودیگر «ریاضیات» هم نمی‌گویند ، بلکه فقط می‌گویند: «ریاضی» .

بنابه‌روش جدید، ریاضی از «مجموعه» شروع می‌شودکه یك مفهوم تعریف ناپذیر است و عبارتست از گرد آمده‌ای از چیزهایی‌که همه دارای خاصیت معین‌هستند ؛

مجموعهٔ دانش‌آموزان کلاسهای سوم دبیرستانهای‌ایران

مجموعهٔ دانش‌آموزان کلاسهای سوم دبیرستانهای‌تهران

مجموعهٔ دانش‌آموزان کلاسهای سوم دبیرستان A

مجموعهٔ دانش آموزان کلاس سوم الف دبیرستان A

مجموعهٔ کتابهای حسن

مجموعهٔ رودخانه‌های ایران

مجموعهٔ دانش‌آموزانی‌که‌بادوچرخه‌به‌دبیرستان‌می‌روند.

مجموعهٔ دوچرخه‌های دانش‌آموزان .

مجموعهٔ ستارگانی‌که ازخود نورمی‌دهند.

مجموعهٔ موریانه‌هایی‌که‌کتابهای ریاضی را خورده‌اند .

مجموعهٔ عددهای صحیح

مجموعهٔ عددهای کسری

مجموعهٔ نقطه‌های یك دایره

مجموعهٔ خطهای عمود بریك‌خط

مجموعهٔ عددهای اول

مجموعهٔ جمله‌های $(a+2)^5$

* * *

هرمجموعه دارای عضوهایی است. یك مجموعه را معمولا با یکی ازحروف بزرگ الفباء وهریك ازعضوهای‌آن رابایکی ازحروف‌کوچك الفباء نمایش می‌دهند. مثلا می گویند مجموعهٔ E دارای پنج عضو (یا عنصر) a و b و c و d و e می‌باشد و چنین می‌نویسند :

$$E=\{a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d\ ,\ e\}$$

اگر A مجموعهٔ عددهای فردکوچکتر از۱۰ باشدآن‌را چنین می‌نویسند:

$$A=\{۱\ ,\ ۳\ ,\ ۵\ ,\ ۷\ ,\ ۹\}$$

برای اینکه وابسته بودن عضو یک مجموعه را به آن مجموعه نشان دهند از علامت $\in$ استفاده می‌کنند :

$$b \in \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e\}$$

$$\text{حسن} \in \{\text{دانش آموزان عینکی}\}$$

$a \in E$ خوانده می‌شود : a به مجموعهٔ E تعلق دارد (a به مجموعهٔ E وابسته است) .

یک مجموعه ممکن است که دارای هیچ عضوی نباشد در این صورت آن را **مجموعهٔ تهی** نامیده و با علامت $\emptyset$ نشان می‌دهند . مثلا :

$$\emptyset = \{\text{دانش آموزان کچل کلاس سوم ب دبیرستان } \alpha\}$$

یعنی در کلاس سوم ب دبیرستان α دانش آموز کچل وجود ندارد.

فصل مشترک دو مجموعه ـ اگر دو مجموعه داشته باشیم ، فصل مشترک آنها مجموعهٔ دیگری است که هر یک از عنصرهایش هم در مجموعهٔ اول و هم در مجموعهٔ دوم وجود داشته باشد . اگر مجموعهٔ I فصل مشترک مجموعه‌های A و B باشد آن را بصورت زیر نشان می‌دهند :

$$A \cap B = I$$

چند مثال :

$$\{۱۵ \text{ و } ۱۳ \text{ و } ۱۱ \text{ و } ۹ \text{ و } ۷ \text{ و } ۵\} \cap \{۹ \text{ و } ۷ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۱\}$$

$$= \{۹ \text{ و } ۷ \text{ و } ۵\}$$

$$\{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d\} \cap \{c \text{ و } e \text{ و } f\} = \{c\}$$

$$\{۸ \text{ و } ۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۲ \text{ و } ۰\} \cap \{۹ \text{ و } ۷ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۱\} = \emptyset$$

فصل مشترک چند مجموعه هم به ترتیب فوق تعریف می‌شود:

$$A \cap B \cap C = I$$

اجتماع دو مجموعه ـ اجتماع دو مجموعه، مجموعه‌ای است که هر یک از عنصرهایش لااقل در یکی از آن دو مجموعه وجود داشته باشد. اگر U اجتماع دو مجموعهٔ A و B باشد آن را بصورت زیر نشان می‌دهند:

$$A \cup B = U$$

چند مثال:

$$\{۸ \text{ و } ۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۲\} \cup \{۶ \text{ و } ۵ \text{ و } ۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\} =$$

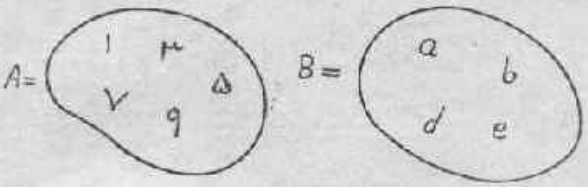
$$\{۸ \text{ و } ۶ \text{ و } ۵ \text{ و } ۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$$

$$\{a \text{ و } b \text{ و } c\} \cup \{d \text{ و } e \text{ و } f \text{ و } g\} = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } f \text{ و } g\}$$

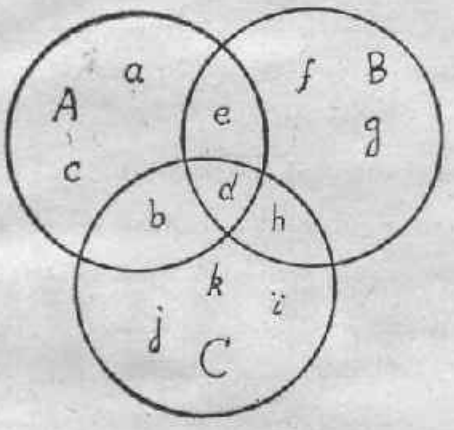
اجتماع چندین مجموعه نیز به ترتیب فوق تعریف می‌شود:

$$A \cup B \cup C \cup D = U$$

نمودار ـ هر مجموعه را به صورت یک منحنی بسته (دایره ، بیضی، ... و هر منحنی دلخواه) نمایش می‌دهند :



تمرین ـ در شکل زیر دقت کرده واز روی آن هریک از



مجموعه‌های زیر را مشخص کنید :

$A = \{\quad\}$

$B = \{\quad\}$

$C = \{\quad\}$

$A \cap B = \{\quad\}$

$B \cap C = \{\quad\}$

$C \cap A = \{\quad\}$

$A \cap B \cap C = \{\quad\}$

$A \cup B \cup C = \{\quad\}$

مسئله ـ بزرگترین مقسوم علیه مشترك و کوچکترین مضرب مشترك سه‌عدد ۱۸۰ و ۱۶۰ و ۲۱۰ را با استفاده از نظریهٔ مجموعه‌ها بدست آورید .

حل ـ سه‌مجموعه در نظر می گیریم که عنصرهای هر کدام به‌ترتیب عبارت باشد از عاملهای اول عددهای مفروض:

$$P_1 = \{۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$$

$$P_2 = \{۵ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$$

$$P_3 = \{۷ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$$

بزرگترین مقسوم‌علیه مشترك سه‌عدد عبارتست از :

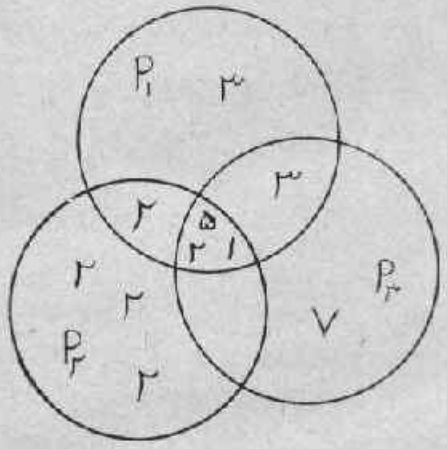
$$P_1 \cap P_2 \cap P_3 = \{۵ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$$

$$G = ۱ \times ۲ \times ۵ = ۱۰$$

کوچکترین مضرب مشترك سه‌عدد عبارتست از :

$$P_1 \cup P_2 \cup P_3 = \{۷ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$$

$$M = ۱ \times ۲^۵ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷ = ۱۰۰۸۰$$



***

چند مجموعهٔ مهم

مجموعهٔ عددهای طبیعی ـ مجموعهٔ عددهای طبیعی که با $\mathbb{N}$ نشان داده می‌شود دارای کوچکترین عنصری است به نام یك و هریك از عنصرهای دیگر آن از جمع عنصر قبلی با یك بدست‌می‌آید:

$$\mathbb{N} = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } \ldots \text{ و } n \text{ و } \ldots\}$$

مجموعهٔ عددهای طبیعی بزرگترین عنصر ندارد .

مجموعهٔ عددهای صحیح ـ شامل مجموعهٔ عددهای طبیعی وعلاوه بر آن شامل صفر است وبه‌صورت $\mathbb{N}^*$ نشان‌داده می‌شود :

$$\mathbb{N}^* = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \ldots\ldots\}$$

مجموعهٔ عددهای صحیح بزرگترین عنصر ندارد وکوچکترین عنصر آن صفر می‌باشد .

مجموعهٔ عددهای نسبی ـ با $\mathbb{Z}$ نشان داده می‌شود و شامل عددهای صحیح مثبت ، منفی وصفر می‌باشد :

$$\mathbb{Z} = \{\ldots \text{و } -۳ \text{ و } -۲ \text{ و } -۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \ldots\}$$

این مجموعه نه بزرگترین عنصر دارد ونه‌کوچکترین عنصر .

مجموعهٔ عددهای منطق ـ با $\mathbb{Q}$ نشان داده می‌شود ومجموعهٔ همهٔ عددهایی است که می‌توان آنها را به‌صورت یك‌عدد صحیح یا یك عدد کسری نمایش داد .

مجموعهٔ عددهای حقیقی ـ مجموعه‌های عددهای صحیح، نسبی و منطق به‌انضمام عددهای اصم مجموعهٔ عددهای حقیقی را تشکیل می‌دهند که با $\mathbb{R}$ نشان داده می‌شود.



تصویری نقل از یك کتاب چاپ امریکا

بانیان بنای ریاضیات:

به ترتیب از پائین به بالا

دانشمندان بابلی

دانشمندان مصری

فیثاغورس ـ اقلیدس

خوارزمی ـ خیام ـ مخترع صفر

دکارت ـ نپر

نیوتن

ریاضیدانان بزرگ ایرانی

تنظیم از : نصرت ملک‌یزدی

یکی از بزرگترین ریاضیدانهای ایران **محمدبن موسی خوارزمی** است. وی اهل خوارزم بود اما به‌امر **مأمون** خلیفهٔ عباسی به‌بغداد رفت و بعداً برای تحصیل علم عازم هند شد و بعد ازآن به بغداد مراجعت‌کرد .

خوارزمی در مراجعت به بغداد به‌کتابداری دربار مأمون منصوب شد وضمن‌آن به تألیف و تنظیم‌کتابهای ریاضی و نجوم پرداخت. بزرگترین اثر علمی خوارزمی کتاب **«الجبر والمقابله»** است . این اثر اولین‌کتاب دربارهٔ علم جبرمی‌باشد و نام «جبر» هم‌که فعلا بکار می‌رود از همین‌کتاب گرفته شده است .

لغت جبر درزبان عربی به‌معنی شکسته‌بندی وجبران‌کردن است . خوارزمی نقل جمله‌ای را ازیک‌طرف معادله به‌طرف دیگر «جبر» عنوان‌کرده است و حذف جمله‌های متشابه را ازطرفین معادله «مقابله» نامیده است. بنابراین جبر ومقابله یعنی حل معادلات . برای اولین دفعه خوارزمی درکتاب خود رقمهای هندی را بکاربرده است‌که فعلا نزد ما ونزد اروپائیان متداول می‌باشد.

هفتصد سال‌بعداز زمان‌خوارزمی‌کتاب‌جبر ومقابلهٔ وی‌توسط اروپائیان بزبان لاتین ترجمه شد ومبنای‌علمی شد به‌نام « Algebre » (الجبر)که هنوز هم شاخهٔ مهمی از ریاضیات می‌باشد . بی‌جهت نیست‌که خوارزمی به «پدرجبر» معروف می‌باشد .

☆☆☆☆☆

ابوالوفای بوزجانی (قرن چهارم هجری) نیز از جمله ریاضیدانان بزرگ ایران است . وی در مثلثات نسبتهای ظل = تانژانت ، قطرظل = سکانت ، قطرظل تمام = کسکانت را وضع کرد و در جبر به حل بعضی از معادلات نائل آمد . برای تقسیم دایره به چندین قسمت برابر طریقی را بکاربرده است‌که فعلا به نام وی مشهور می‌باشد . ابوالوفا صاحب تألیفهای زیادی در ریاضی و نجوم می‌باشد.

☆☆☆☆☆

دیگر ازریاضیدانهای بزرگ ایرانی **بیژن پسررستم** معروف به **ابوسهل کوهی** است‌که ازاهالی طبرستان بوده است . کار مهم‌کوهی مربوط به حل معادلهٔ درجهٔ سوم است . وی اولین‌کسی است‌که معلوم ساخته است معادلهٔ درجهٔ سوم به چه شرط دارای جواب است .

کوهی دارای تألیفات زیادی در ریاضی ، نجوم و درطریقهٔ رسم بعضی از منحنیها می‌باشد .

☆☆☆☆☆

کرخی یا **کرجی** (اواخر قرن چهارم و اوائل قرن پنجم هجری) یکی دیگر از ریاضیدانهای بزرگ ایران است . وی بعضی از قواعد جبر را بیان کرده دربارهٔ حل معادله‌های جبری و مخصوصاً معادله‌های سیال درجهٔ ۲ و ۳ راههای تازه‌ای ارائه داده است. دستور زیر نیز از او است که آن را از راه هندسی ثابت کرده است:

$$(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3)=(1+2+3+\ldots+n)^2$$

☆☆☆☆☆

ابوریحان بیرونی (اواخر قرن چهارم و اوایل قرن پنجم) از متفکرین ودانشمندان بزرگ ایران است. با **ابوعلی سینا** هم عصر بوده و دربارهٔ بعضی مسائل باوی مکاتبه داشته است . بیرونی از جمله شخصیتهایی است که دربارهٔ علوم و قضایا شخصاً بـه تحقیق و تفکر می‌پرداخته و تنها به قول گذشتگان اکتفا نمی‌کـرده است . بیرونی در خدمت **سلطان محمود غزنوی** به‌هند مسافرت کرده دربارهٔ علوم آنجا به تحقیق پرداخته و راجع به‌آن چندین کتاب نوشته است. بیرونی دستوری راجع به‌محاسبهٔ شعاع کرهٔ زمین بیان کرده است وقرنها قبل از **گالیله** به‌حرکت وضعی زمین اعتقاد داشته است. از بیرونی کتابها و رساله‌های زیادی در علم نجوم وریاضی باقیمانده است .

☆☆☆☆☆

حکیم عمرخیام (قرن پنجم) نه تنها یك شاعر بلکه یکی از ریاضیدانهای بزرگ است که در تمام دنیا معروف می‌باشد . درکتاب جبری که از خیام باقی‌مانده طریقهٔ هندسی حل معادلات تا درجهٔ سوم بیان شده است . راجع به‌اصول هندسهٔ اقلیدسی مطالعات عمیقی انجام داده است. اخیراً یکی از محققین مدعی شده است که خیام اولین فردی است که اظهار کرده است می‌توان درهندسه به‌جای **اصل اقلیدس** اصل دیگری را جایگزین ساخت. چندسال قبل توسط یکی از محققان شوروی اعلام شدکه خیام **مثلث حسابی پاسکال** را دریکی از تألیفات خود بکاربرده است وبعد ازآن دریکی از کنگره‌های بین‌المللی علوم تصویب شدکه از این به‌بعدگفته شود : **مثلث خیام- پاسکال**

مثلث خیام ـ پاسکال جدولی از اعداد به شرح زیر می‌باشد .

۱
۱ ۱
۱ ۲ ۱
۱ ۳ ۳ ۱
۱ ۴ ۶ ۴ ۱
. . . . . .
. . . . . .

سطرهای این جدول به‌ترتیب ضریبهای بسطهای :

$(a+b)^1$ و $(a+b)^2$ و $(a+b)^3$ و $(a+b)^4$ و ...

را معلوم می‌کنند .

خیام غیراز ریاضیات درعلوم دیگر مخصوصاً درعلم نجوم نیز مطالعه وتحقیق کرده است. واز جمله کارهای علمی مهم وی اصلاح تقویم است . تقویمی که توسط خیام و چندنفر دیگر از منجمین همدورهٔ وی اصلاح شده وهم اکنون درایران معمول است دقیقترین تقویمهامی باشد .

☆☆☆☆☆

خواجه نصیرالدین طوسی (قرن هفتم) وزیر دانشمند **هلاکوخان مغول** در ریاضیات و مخصوصاً در نجوم آثار مهمی دارد . بهکوشش وی در شهر **مراغه** رصدخانهای بناشد و بزرگترین منجمان آن دوره درآنجا به تحقیق ومطالعات وتنظیم جدولهای نجومی مشغول شدند. طوسی دربارهٔ مثلثات کروی دستورهایی ارائه داده است وبعضی ازمورخان او را واضع مثلثات کروی میشناسند .

☆☆☆☆☆

غیاث‌الدین جمشید کاشانی (قرن نهم) ازجمله ریاضیدانهای بزرگ ایران است که مخصوصاً درعلم حساب صاحب اثرهای مهم میباشد . مبنای قاعده‌های فعلی عملهای ضرب و تقسیم از او است. جمشیدکاشانی راجع به محاسبهٔ π قاعده‌ای را بکاربرده ودر نتیجهٔ آن مقداری برای π حساب کرده است که تا پانزده رقم اعشار صحیح بوده است . اروپائیان دویست‌سال بعد از آن توانستند مقدار π را تا این دقت حساب کنند . جمشید کاشانی در قاعدهٔ تعیین جذر وکعب اعداد نیز پیشقدم بوده است .

☆☆☆☆☆

شیخ بهائی (قرن دهم) معاصر **شاه عباس کبیر** از لحاظ احاطه‌ای که به همهٔ علوم زمان خود داشته است معروف میباشد . شیخ بهائی راجع بهحساب ، هیئت وهندسه و علوم دیگر دارای تألیفاتی میباشد .

☆☆☆☆☆

محمد باقر یزدی (قرن دهم) ازریاضیدانهای معروف زمان خودمیباشد. درکتاب حسابی که از وی باقی‌مانده است برای عملهای ضرب وتقسیم قاعده‌هایی بکاررفته است که کاملتر از قاعده‌های جمشیدکاشانی میباشد. آنچه اهمیت دارد این است که محمدباقر یزدی درمحاسبات نجومی که انجام‌داده روشی رابکار برده‌است که همان روش محاسبات لگاریتمی میباشدکه بعدها توسط **نپر** وضع شد .

☆☆☆☆☆

علی‌محمد اصفهانی (قرن دوازدهم- سیزدهم) آخرین ریاضیدان ایرانی قبل‌از عصرحاضر میباشد. چند کتاب دربارهٔ حساب وجبر تألیف کرده است . مهمترین کار وی بکاربردن جدولهای لگاریتمی میباشد .

لگاریتم که توسط **نپر** (۱۵۵۰-۱۶۱۷ میلادی) وضع شده‌است علمی است که محاسبات عددی بسیار بزرگ ومشکل را به سادگی میسر میسازد . بهاین ترتیب که عملهای ضرب وتقسیم به عملهای جمع وتفریق تبدیل میشود. مثلا عمل ضرب ۱۰۰۰۰ × ۱۰۰۰ تبدیل میشود به عمل جمع ۴+۳ و از این راه انجام محاسبات بسیار ساده میشود .

چند مسئلهٔ ساده

دبیر ریاضی مسئله‌ای بهشرح زیر مطرح کرد :

اتومبیلی نصف اول مسیر خود را با سرعت ساعتی ۱۲۰ کیلومتر طی کرد . نصف بقیهٔ مسیر را که جاده کوهستانی بود با سرعت ساعتی ۴۰ کیلومتر پیمود . سرعت متوسط این اتومبیل چقدر است ؟

یکی از دانش‌آموزان اظهارداشت که سرعت متوسط برابر است با :

$$\frac{۱۲۰+۴۰}{۲}=۸۰ \text{ کیلومتر در ساعت}$$

اما دبیر اظهار داشت که این پاسخ درست نیست . پس پاسخ درست کدام است ؟

* * *

وقتی که اتوبوس نصف مسیر خود راطی کرده بودمسافری از مسافران آن بهخواب رفت. هنگامی که این مسافر از خواب بیدار شد بقیهٔ مسافتی که باقیمانده بود نصف مسافتی بود که در طی آن مسافر بهخواب رفته بود. درمدت خواب مسافر، اتوبوس چه کسری از مسیرخود را پیموده است؟

* * *

می‌خواهیم ۹ کیلوگرم آرد را به دوقسمت ۲ کیلوگرمی و ۷ کیلوگرمی تقسیم کنیم . برای این کار یك ترازو دراختیار داریم که می‌توانیم فقط ۳ بار از آن استفاده کنیم و یك وزنهٔ ۵۰ گرمی ویك وزنهٔ ۲۰۰ گرمی هم دردسترس داریم .

عمل تقسیم آرد چگونه باید انجام گیرد ؟

تفریح با اعداد

در کدام دست ؟

بهدوست خود بگوئید که در هردست خود سکه‌ای مخفی کند بطوری که مقدار یکی ازآنها زوج واز دیگری فرد باشد . مثلا دریك دست خود دهریالی ودر دست دیگرش پنج‌ریالی‌داشته باشد. شما ادعا می‌کنید که معلوم خواهید کرد مقدار پول کدام دستش زوج وازکدام دستش فرد است. بهوی می گوئید که‌مقدار پول در دست راستش را سه‌برابر و مقدار پول دردست چپش‌را دوبرابر کرده دومقدار حاصل را با هم جمع کرده حاصل را به شما بگوید . اگرحاصل زوج باشد مبلغ دست‌راستی زوج و در نتیجه مبلغ دست چپی فرد می‌باشد . اگرحاصل فردباشد مبلغ دست راستی فرد و‌ز دست چپی زوج می‌باشد .

چند سال دارید ؟

دوست شما نمی‌خواهد سن خود را بگوید. اما شما بهوی پیشنهاد کنید که یك‌عدد یك‌رقمی را بهدلخواه انتخاب کرده آن را ۹ برابر کند و حاصل را از ده برابر سن خود کم کرده باقیمانده را به شما بگوید . کافی است که رقم یکان باقیمانده را با عددی که از دورقم دیگر آن تشکیل می‌شود جمع کنید تاسن دوستتان بدست آید .

مثال. اگر دوست شما ۱۷ سال داشته باشد و از ۱۷۰ = ۱۰ × ۱۷ عدد ۲۷ = ۹ × ۳ را کم کند باقی‌می‌ماند ۱۴۳ که ۱۷ = ۳ + ۱۴ می‌باشد.

قوانین کپلـر

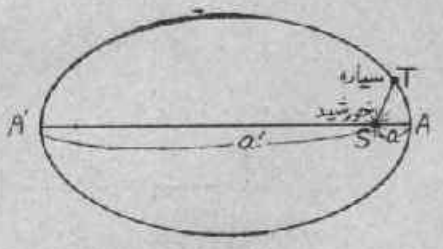
امروزه همه می‌دانیم که زمین سیاره‌ای است که با سیارات دیگر به دور خورشید می‌چرخد. خورشید و سیارات و ماههای آنها منظومهٔ شمسی را تشکیل می‌دهند. منظومهٔ شمسی جزئی است از دستگاه عظیمی به نام کهکشان که شامل میلیونها منظومه می‌باشد و تاکنون میلیونها کهکشان درجهان شناخته‌اند.

در قدیم هم عده‌ای از دانشمندان عقیده داشتند که زمین کروی است و به‌دور خود و به دور خورشید می‌چرخد اما اکثریت دانشمندان و مردم هم به پیروی از آنها عقیده داشتند که زمین مرکز جهان است و ثابت می‌باشد. خورشید و سیارات و تمام ستارگان به دور زمین در گردش هستند.

در اروپا اولین دفعه **کپرنیک** منجم بزرگ لهستانی اظهار عقیده کرد که زمین نمی‌تواند مرکز جهان و ساکن باشد بلکه خورشید مرکز جهان بوده زمین و سایر سیارات روی دایره‌هائی که مرکز همهٔ آنها خورشید است به دور خورشید می‌چرخند.

بعداز کپرنیک، یکی از منجمین دیگر که آلمانی بود و **کپلر** نام داشت ثابت کرد که سیارات و زمین به دور خورشید می‌چرخند اما مسیر آنها دایره نیست. وی چگونگی حرکت سیارات را به دور خورشید طی سه قانون بیان کرد که فعلا به نام **قوانین کپلر** معروف می‌باشند و به قرار زیر است:

قانون اول ـ مسیر هر سیاره به دور خورشید یك بیضی است که خورشید در یکی از دو کانون آن قرار دارد.



خطی که یك نقطه از بیضی را به‌کانون آن وصل می‌کند شعاع حامل آن نقطه نامیده می‌شود. شعاعهای حامل مربوط به نقاط مختلف بیضی دارای طولهای مختلف می‌باشند. بنابراین فاصلهٔ هرسیاره تا خورشید تغییر می‌کند کمترین فاصلهٔ سیاره تا خورشید وقتی است که سیاره در نقطهٔ A انتهای قطر اطول بیضی واقع شود. در این حال می‌گویند که سیاره در **اوج** است. وقتی سیاره در نقطهٔ **A'** انتهای دیگر قطر اطول واقع شود دورترین فاصله را تا خورشید دارد و می‌گویند که در **حضیض** است.

زمین در اوایل دی‌ماه در اوج و اوایل تیرماه در حضیض می‌باشد. یعنی کمترین فاصلهٔ زمین تا خورشید در اوایل دی‌ماه و بیشترین فاصلهٔ آن در اوایل تیرماه می‌باشد.

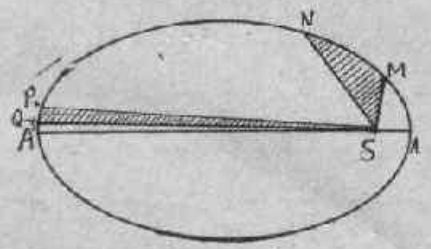
اگر فرض کنیم $SA = a$ و $SA' = a'$ دراین‌صورت نسبت:

$$e = \frac{a' - a}{a' + a}$$

را «خروج از مرکز» بیضی مسیر سیاره می‌نامند. هرچه مقدار e به صفر نزدیکتر شود شکل بیضی به‌دایره نزدیکتر می‌شود. هرچه سیاره به خورشید نزدیکتر باشد خروج از مرکز بیضی مسیر آن کمتر است. از این‌رو مسیر عطارد که نزدیکترین سیاره به خورشید است نزدیك به دایره است. اما مسیر پلوتن که دورترین سیارات به خورشید می‌باشد بیضی کاملا کشیده‌ای است.

قانون دوم ـ شعاع حامل سیاره در زمانهای مساوی مساحتهای مساوی می‌پیماید.

کپلر از روی مشاهدات ورصدهای استادخود **تیکو براهه**



نتیجه گرفت که حرکت سیاره در مدار خود یکنواخت نیست

بلکه سرعت آن تغییر می‌کند. سیاره در مدار خود هرچه به‌خورشید نزدیکتر باشد سرعت آن بیشتر است. اما شعاع حامل سیاره همواره در زمانهای مساوی مساحتهای مساوی می‌پیماید. به‌این معنی‌که اگر سیاره‌ای کمان MN ازمدار خودرا درمدت t پیموده باشد کمان PQ را هم در مدتی برابربا t خواهدپیمود بطوری‌که مساحت SMN بامساحت SPQ برابر است.

قانون سوم - نسبت‌مجذورزمان یك‌دورگردش سیاره به دور خورشید، به‌مکعب نصف قطر اطول مسیر آن مقداری است ثابت.

نصف قطر اطول مسیر حرکت انتقالی زمین‌را واحد نجومی برای طول و زمان یك دور حرکت انتقالی زمین یعنی یك سال را واحدنجومی برای زمان انتخاب می‌کنیم.

برحسب این واحدها، نصف‌قطر اطول مدار مریخ ۱/۵۲۴ وزمان یك‌دور گردش آن ۱/۸۸۱ است.

$(۱/۸۸۱)^۲ \# ۳/۵۳$

$(۱/۵۲۴)^۳ \# ۳/۵۳$

ملاحظه می‌کنیم که:

$(۱/۸۸۱)^۲ = (۱/۵۲۴)^۳$

این قانون برای سایر سیارات هم صادق می‌باشد. می‌توانید نسبت به سیارات زیر آن را امتحان کنید.

سیاره	زمان‌گردش	نصف‌قطر اطول
عطارد	۰/۲۴۰۹	۰/۳۸۷
زهره	۰/۶۱۵۲	۰/۷۲۳
مشتری	۱۱/۸۶۰	۵/۲۰۳

برای‌اطلاع بیشتر، مشخصات سیارات منظومهٔ شمسی ضمن جدول زیردرج می‌شود:

سیارات	عطارد	زهره	زمین	مریخ	مشتری	زحل	اورانوس	نپتون	پلوتن
فاصلهٔ‌متوسط‌ازخورشید برحسب‌میلیون کیلومتر	۵۸	۱۰۸	۱۵۰	۲۲۸	۷۸۰	۱۴۳۲	۲۸۸۳	۴۵۱۶	۶۰۰۰
قطر به حسب کیلومتر	۴۹۰۰	۱۲۳۰۰	۱۲۷۰۰	۶۷۰۰	۱۴۰۰۰۰	۱۲۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۴۵۰۰۰	۵۷۰۰
حجم نسبت به‌حجم‌زمین	۰/۰۶	۰/۹۲	۱	۰/۱۵	۱۳۱۸	۷۳۶	۶۴	۶۰	۰/۰۷
تعدادماهها	۰	۰	۱	۲	۱۲	۱۰	۵	۲	؟
طول شبانه‌روز به ساعت	برابر با یك سال خودش	برابر با یك سال خودش	۲۳	۲۴/۵	۱۰	۱۰	۱۰/۷	۱۵/۷	؟
طول‌سال نسبت به سال‌زمین	۰/۲۴	۰/۶۲	۱	۱/۹	۱۲	۲۹	۸۴	۱۶۵	۲۴۸
وزن‌جسمی که‌روی‌زمین ۱۰۰ کیلوگرم‌است	۲۵	۸۵	۱۰۰	۳۶	۲۶۴	۱۱۷	۹۲	۱۱۲	۰/۸

قانون بد (Bode)

عددهای زیر را در نظر بگیرید:

۱۹۲ ، ۹۶ ، ۴۸ ، ۲۴ ، ۱۲ ، ۶ ، ۳ ، ۰

که اولی صفر، دومی ۳ و بعداز آن هرعدد دوبرابر عدد قبلی است.

به هرکدام از این عددها ۴ واحد اضافه‌کنید:

۱۹۶ ، ۱۰۰ ، ۵۲ ، ۲۸ ، ۱۶ ، ۱۰ ، ۷ ، ۴

هرکدام را بر ۱۰ تقسیم کنید.

۱۹/۶ ، ۱۰ ، ۵/۲ ، ۲/۸ ، ۱/۶ ، ۱ ، ۰/۷ ، ۰/۴

این عددها فاصله‌های سیارات را از خورشید معلوم می‌کند. به حسب آنکه فاصله زمین تا خورشید واحد اختیار شود. عدد ۲/۸ مربوط به «سیارات خرد» است‌که شامل تعداد زیادی سیارات ریز می‌باشد.

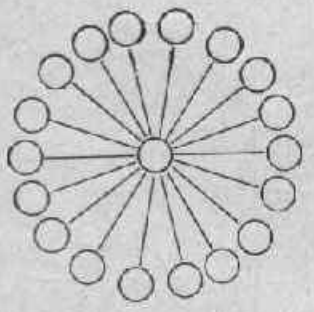
بازی با اشکال

● چهارعدد کبریت درست و چهار عدد نیمه‌کبریت را چنان قرار دهید که سه مربع متساوی تشکیل شود .

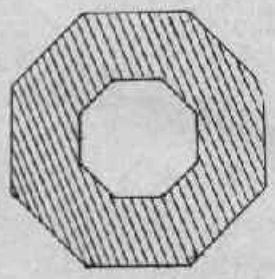
● یك مربع ۴×۴ رسم کنید وآن را به ۱۶ خانهٔ ۱×۱ تقسیم‌کنید . در هرخانه یك مهره قرار دهید. اکنون ۶ عدد از این مهره‌ها را چنان بردارید که تعداد مهره‌های باقیماندهٔ در هر ردیف ، چه عمودی وچه افقی عددی زوج باشد .

● ۱۶ عدد مهره را در ده ردیف چنان قرار دهید کـه هر ردیف شامل چهار مهره باشد .

● در هر یك از دایره های شکل مقابل یکی از عددهای از ۱ تا ۱۹ را چنان بنویسید کـه هر عدد فقط یك‌بار نوشته شده و مجموع هرسه عدد واقع روی یك خط مستقیم برابر با ۳۵ باشد .



● یك هشت‌ضلعی منتظم از مقوا بیرون آورید . داخل آن هشت ضلعی منتظم دیگری هم مرکز با اولی رسم‌کرده این قسمت را نیز از مقوا جدا کنید تـا آنچه باقی می‌ماند مطابق شکل هاشور خوردهٔ مقابل باشد . اکنون این شکل‌را به‌هشت قطعهٔ متساوی چنان تقسیم‌کنید و قسمتهای حاصل را چنان پهلوی هم‌قرار دهیدکه یك ستارهٔ هشت‌پر منتظم تشکیل شده اما وسط آن بازهم به شکل یك هشت‌ضلعی منتظم خالی‌باشد .



حل جبری بعضی از

معماها

از دورهٔ ابتدایی عادت کرده‌ایم که بسیاری از مسائل مربوط به‌کمیتهای عددی را با استفاده از خواص چهارعمل اصلی و یا بکاربردن نوعی استدلال حل کنیم . به اصطلاح می گوئیم که مسائل را از راه حسابی حل می کنیم .

گاه اتفاق افتاده که شخصی مسئله‌ای را بمعما عرضه کرده وحل آن را از ما تقاضا کرده است . اما این مسئله بمعما بیشتر شباهت داشته است . فعلا این سؤال برای ما پیش می‌آید .

آیا همهٔ مسائل مربوط به‌کمیتهای عددی را می‌توان از راه حساب حل کرد ؟

نه. بسیاری از این مسائل هستند که از راه حسابی قابل حل نیستند. ساده‌ترین و بهترین راه‌حل مسائل استفاده از جبر وحل معادلات است . مجهول یا مجهولهای مسئله را مشخص کرده با x ، y و ... نمایش می‌دهیم . از روی صورت مسئله واز روی مقدار های معلوم ، معادله یا معادله‌های مربوط را تشکیل می‌دهیم. چون این معادله‌ها را حل کنیم جوابهای مسئله بدست می‌آید .

موضوع مهم آنست که باید بتوانیم به‌تعداد مجهولهایی که داریم معادله تشکیل دهیم . وقتی کـه مسئله یك مجهولی است برای حل آن تشکیل یك معادله لازم وکافی است . اگر مسئله دومجهول دارد برای حل آن تشکیل دومعادله لازم است. اگر در حل مسئله‌ای تعداد معادله‌ها کمتر از تعداد مجهولها باشد برای هریك از مجهولها جوابهای بیشماری بدست می‌آید . و ازاین جهت این نوع مسئله‌ها قابل حل نیستند. اما اگر بدانیم که جوابهای مسئله عددهای صحیح می‌باشند می‌توانیم آنها را بدست بیاوریم و بسیاری از معماها از این نوع هستند .

در زیر چند مسئله از این نوع با حل آنها بیان می‌شود. خوانندگانی کـه علاقمند باشند می‌توانند دربارهٔ راه حل کلی اینچنین مسئله‌هایی شخصاً به‌تحقیق بپردازند .

مسئلهٔ ۱ـ خروس دانه‌ای ۷۰ ریال ومرغ دانه‌ای ۸۰ ریال است. با ۶۸۰ ریال چند دانه مرغ وچند دانه خروس می‌توانیم بخریم ؟

حل ـ تعداد خروسها را x و تعداد مرغها را y فرض می‌کنیم البته x و y عددهای صحیح و مثبت می‌باشند . باید داشته باشیم .

$$۷۰x+۸۰y=۶۸۰$$

طرفین را بر ۱۰ تقسیم می‌کنیم .

$$۷x+۸y=۶۸$$

از این معادله x را برحسب y بدست می‌آوریم.

$$۷x=۶۸-۸y$$

$$x=\frac{۶۸-۸y}{۷}$$

کسر طرف دوم را رفع می‌کنیم:

$$x=۹-y+\frac{۵-y}{۷}$$

چون x و همچنین y عدد صحیح است بنابراین باید $\frac{۵-y}{۷}$ عدد صحیح باشد. این عدد صحیح را t فرض می‌کنیم:

$$\frac{۵-y}{۷}=t$$

$$۵-y=۷t$$

$$\boxed{y=۵-۷t}$$

t عدد صحیح است و y هم عدد صحیح و مثبت می‌باشد بنابراین باید $۷t$ کوچکتر از ۵ باشد. از روی معادلهٔ مفروض نتیجه می‌شود :

$$\boxed{x=۴+۸t}$$

ومی‌رساند که t نمی‌تواند منفی باشد پس t فقط می‌تواند برابر با صفر باشد . درازاء $t=0$ داریم :

$$x=4 \quad و \quad y=5$$

مسئله فقط یك جواب دارد : ۴ خروس و ۵ مرغ .

مسئلهٔ ۳ـ احمد درجیب خود ۱۵ سکه دارد که شامل سکه‌های یك ریالی ، دو ریالی و پنج‌ریالی است. ارزش این سکه‌ها رویهم ۳۲ ریال است. تعداد هریك از سکه‌ها را تعیین کنید .

حل ـ تعداد یك ریالی‌ها را x ، دو ریالی‌ها را y و پنج‌ریالی‌ها را z فرض می‌کنیم . دومعادلهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} x+y+z=15 \\ x+2y+5z=32 \end{cases}$$

طرفین معادلهٔ اول را ازطرفین معادلهٔ دوم کم می‌کنیم، حاصل می‌شود :

$$y+4z=17$$

y را برحسب z بدست می‌آوریم :

$$y=17-4z$$

z برابر با صفر نیست و بزرگتر از ۴ هم نمی‌تواند باشدزیرا دراین‌صورت y منفی می‌شود . بنابراین z برابر است با ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ واز روی آن y بدست می‌آید وچون درمعادلهٔ اول قراردهیم‌مقدار x حساب می‌شود. مسئله دارای چهاردسته جواب به‌ترتیب زیر می‌باشد .

$$\begin{vmatrix} z=4 \\ y=1 \\ x=10 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} z=3 \\ y=5 \\ x=7 \end{vmatrix} \quad و \quad \begin{vmatrix} z=2 \\ y=9 \\ x=4 \end{vmatrix} \quad و \quad \begin{vmatrix} z=1 \\ y=13 \\ x=1 \end{vmatrix}$$

مسئلهٔ ۳ـ معمای بشرح زیر را حل‌کنید :

گوشواری داشتم از لعل و مروارید و زر
بود یك مثقال وزن آن مرصع گوشوار
قیمتش کردند صرافان ز روی معرفت
لعل مثقالی به سی لؤلؤ به هیجده زرچهار
بستد از من صیرفی و بیست دینارم بداد
ماندم حیران دراین داد و ستدبی‌اختیار
یك مهندس ازهمه‌روی زمین خواهم‌که او
یك به‌یك آرد حساب وزن آن اندر شمار

حل ـ فرض می‌کنیم وزن لعل و مروارید و زر برحسب نخود به ترتیب برابر باشد با x و y و z با توجه به‌صورت مسئله وباتوجه به‌اینکه هرمثقال ۲۴ نخود است دو معادلهٔ زیر بدست می‌آید :

$$\begin{cases} x+y+z=24 \\ \frac{30}{24}x+\frac{18}{24}y+\frac{4}{24}z=20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=24 \\ 30x+18y+4z=480 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x-2y-2z=-48 \\ 15x+9y+2z=240 \end{cases}$$

از جمع نظیر به‌نظیر طرفین دومعادله خواهیم داشت :

$$13x+7y=192$$

y را برحسب x بدست می‌آوریم .

$$7y=192-13x$$

$$y=\frac{192-13x}{7}$$

$$y=27-2x+\frac{3+x}{7}$$

فرض می‌کنیم $\frac{3+x}{7}=t$ دراین‌صورت خواهیم داشت :

$$\begin{cases} x=7t-3 \\ y=33-13t \\ z=6t-6 \end{cases}$$

چون x و y و z عددهای مثبت هستند . بنابراین باید $13t$ از ۳۳ کوچکتر و $6t$ از ۶ بزرگتر باشدکه در نتیجه t فقط می‌تواند برابر با ۲ باشد و بنابراین :

$$x=11 \ ، \ y=7 \ ، \ z=6$$

تبصرهٔ ۱ـ اگر وزن اجزاء گوشواره شامل کسری از نخود باشد برای مسئله جوابهای متعددی بدست خواهد آمد . مثلا اگر فرض کنیم $t=1/5$ خواهیم داشت :

$x=7/5$: ۷ نخود و ۲ گندم
$y=13/5$: ۱۳ نخود و ۲ گندم
$z=3$: ۳ نخود

تبصرهٔ ۲ـ جواب این‌معما بصورت شعر بشرح زیر است :

حل آن را بشنو ازمن از سر صدق ویقین

ای که هستی در میان اهل دانش یادگار

گوشواری راکه وصف آن بیان فرموده‌اند

قیمت و وزنش بـا تو گویم گوش دار

هست وزن لعل ثلث و ثمن مثقالی تمام

درکم و بیش نباشد هیچکس را اختیار

هست وزنش اینچنین و قیمتش گویم به تو

چارده دینار کم ربع است نزد هوشیار

هست مروارید دانگ و ثمن مثقالی و لیك

قیمت او پنج دینار است و ربعی را به نار

وزن زر ربعی ز دینار است نه بیش ونه کم

قیمت آن هست یك دینار زر بـا اعتبار

سکه بر زر می‌زند هرکس که ازروی کرم

نقد هستی را برای دوستان سازد نثار

تمرینات

مسئله‌های زیر را می‌توانید به طریقی همانند راه‌حلهای بالا حل کنید.

۱ـ کوچکترین عددی تعیین کنید که بر ۹ قابل قسمت باشد اما اگر آن را بر ۱۴ تقسیم کنیم باقیماندهٔ تقسیم۸ باشد.

(جواب : ۳۶)

۲ـ تعداد تخم‌مرغهای واقع در صندوقی از ۱۰۰ بیشتر واز ۲۰۰ کمتر است. اگراین تخم‌مرغها را ۱۵به۱۵بشماریم ۴ عدد زیاد می‌آید اما اگرآنها ۱۲ به ۱۲ بشماریم ۱۰ عدد باقی می‌ماند. تعداد تخم‌مرغها چقدر است؟

(جواب : ۱۵۴)

۳ـ چندسکهٔ ۲ ریالی وچندسکهٔ ۵ ریالی را باید بـه ردیف قراردهیم تا ردیف‌حاصل بطول یك متر باشد. درصورتی که قطر سکهٔ ۲ ریالی ۲۲ میلیمتر و قطر سکهٔ ۵ ریـالی ۲۶ میلیمتر فرض شود.

(جواب : از ۲ ریالی : ۱۰ یا ۲۳ یا ۳۶ عدد
از ۵ ریالی : ۳۰ یا ۱۹ یا ۸ عدد)

۴ـ زن و شوهری دارای دوفرزند می‌باشند یك پسر و یك دختر. سن پدر ۴ برابر سن پسر و سن مادر ۵ برابرسن دختر می‌باشد. مجموع سنهای پدرومادر رویهم ۹۳ سال‌است. سن هریك از افراد این خانواده راکه بحسب سال عددصحیح است تعیین کنید درصورتی‌که سن قانونی برای ازدواج حداقل ۱۶ سال است.

(جواب : پدر ۴۸ سال ، مادر ۴۵ سال
پسر ۱۲ سال ، دختر ۹ سال)

موش خوردن هم حساب دارد

آقاگربه به خواب رفته است و ۱۳ موش در یك حلقهٔ گرداگرد آن در رقص و پایکوبی هستند ۱۲ عدد از موشها خاکستری ویکی دیگر سفید است. گربه مجاز است‌که بعد از بیدارشدن موشها را به ترتیب زیر نوش جان کند: ازیکی از موشهاشروع‌کرده دریك‌جهت معین آنهارابشمارد، شمارهٔ ۱۳ به هرکدام افتاد لقمهٔ اولش‌باشد، مجدداً درهمان جهت شمارش را شروع کند ودومین موش را به درون شکم بفرستد. وعمل را به همین ترتیب ادامه دهد بقسمی‌که آخرین موشی که وی بخورد موش سفید باشد.



این گربهٔ قانون شناس ! اولین شمارش‌را ازکدام موش باید شروع کند ؟

تفنن در نوشتن اعداد

*** با بکاربردن علامت جمع،پنج عدد ۲ را چنان بنویسید که حاصل برابر با ۲۸ شود ، ۸ عدد ۸ را چنان بنویسید که حاصل برابر با ۱۰۰۰ شود .**

* با بکاربردن علامتهای مربوط به علم حساب اولا با نوشتن پنج دفعه رقم یك و ثانیاً با نوشتن پنج دفعه رقم ۵ عدد ۱۰۰ را بسازید .

*** با بکار بردن علامتهای ریاضی هریك از عددهای زیر را با تکرار یك‌رقم بنویسید .**

۱) عدد ۱۰۰ با ۶ رقم مشابه .

۲) عدد ۵۵ با ۵ رقم ۴ .

۳) عدد ۳۰ با ۴ رقم ۹ .

۴) عدد ۳۷ با ۵ رقم ۳ .

۵) عدد ۳۰ با این شرط که هریك از رقمهای ۱ ، ۳ ، ۵ ، ۷ ، سه مرتبه تکرار شده باشند .

* بابکاربردن پنج دفعه رقم ۲ و با استفاده ازعلامتهای مربوط به چهارعمل اصلی هریك ازعددهای از ۱ تا ۲۶ را بنویسید .

*** نه رقم از ۱ تا ۹ را چنان بنویسید که هریك ازده رقم فقط یك‌بار نوشته شود و حاصل برابر با یکی از اعداد از ۲ تا ۹ گردد. مثال :**

$$۲ = \frac{۱۳۴۵۸}{۶۷۲۹}$$

* بین عددهای زیر علامتهایی قرار دهیدکه هریك از تساویها صحیح باشد .

۱ ۲ ۳ = ۱

۱ ۲ ۳ ۴ = ۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ = ۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ = ۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ = ۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ = ۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ = ۱

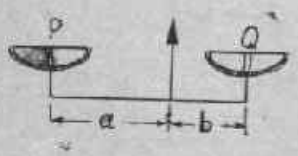
به کمک جبر حل کنید

شمعها به چه نسبت هستند ؟

در یك اتاق دوشمع روشن است . این دوشمع هم از لحاظ طول وهم ازلحاظ ضخامت با یکدیگر تفاوت دارند . برای اینکه شمع بلندتر به تمامی بسوزد $۳\frac{۱}{۲}$ ساعت وقت لازم است اما این مدت برای شمع کوتاهتر ۵ ساعت است. دوساعت بعداز آنکه شمعها باهم روشن شده‌اند بلندی هردوتای‌آنها باهم برابرگردیده است. طول شمع بلندتر چند برابر طول شمع کوتاهتر بوده است ؟

آیا به صلاح مشتری است ؟

میوه فروشی ترازوی تازه‌ای خریده بودکه متأسفانه دوبازوی شاهین‌آن با یکدیگربرابر نبود (مطابق شکل). این میوه‌فروش برای تحویل ۲کیلوگرم گوجه به یك مشتری چنین‌عمل‌کرد :



دفعهٔ اول وزنهٔ یك‌کیلوگرمی را در یکی از کفه‌های ترازو ، مثلاکفهٔ P ، گذاشت ودر کفهٔ دیگرآنقدر گوجه ریخت تا تعادل برقرار شد. دفعهٔ دوم وزنهٔ یك‌کیلوگرمی را در کفهٔ دیگر ترازو ، کفهٔ Q ، گذاشت ودر کفهٔ P آنقدر گوجه ریخت تا تعادل برقرار شد. میوه‌فروشی گوجه‌هایی راکه در دو دفعه وزن‌کرده بود به مشتری داد و اظهار داشت‌که وزن گوجه‌ها روی هم ۲ کیلوگرم می‌باشد . آیا قبول این توزین به صلاح مشتری است یا نه ؟

مانور هوائی

پدر سیروس که افسر نیروی هوایی است نه عدد هواپیمای پلاستیکی برای فرزندش تهیه کرد و با آنها مسئلهٔ زیر را مطرح ساخت :



او هواپیماها را به شکل نیمدایره روی میز قرار داد و گفت که در آخرین تمرین هوائی که انجام داده است هواپیمایی وی و هشت هواپیمای دیگر این چنین وضعی را داشته‌انـد . اگر تعداد هواپیماهای سمت راست وی را در تعداد هواپیماهای سمت چپ ضرب می‌کردند عددی بدست می‌آمدکه سه مرتبه‌کوچکتر بود از اینکه همین عمل را انجام دهند وقتی که هواپیمای او سه ردیف بیشتر به سمت راست قرار داشت .

پدر سیروس در هـواپیمای چندم از سمت راست سوار بوده است ؟

اعداد بزرگ

موجود در اطراف ما و در درون ما

ترجمهٔ : محمدرضا قسیمی* از کتاب : Figurey for Fun.

برای یافتن اعداد بزرگ احتیاجی نیست راه زیادی را طی کنیم ، آنها همگی در پیرامون و حتی در درونمان قرار دارند. کافی است که با روش تشخیص و چگونگی این اعداد آشنائی داشته باشیم . آسمان بی‌انتهای بالای سر ، زمین پروسعت زیرپا ، خونی‌که در رگهایمان جریان دارد همگی نمایندهٔ اعداد شگرف و بزرگی هستند .

برای اکثر مردم کاربرد اعداد بزرگ در موردتوجیه فضا امری‌است واضح . مثلاشمارش اختران ، فاصله‌های آنها از یکدیگر ویا از زمین ، توده ، حجم و بالاخره سن آنها، درهرحالت اعدادی بس بزرگ و فوق تصور را در نظر ما مجسم می‌سازد و بی‌جهت نیست که این اعداد بزرگ‌به «اعداد نجومی» معروف می‌باشندکه نمودار بزرگی خیره کنندهٔ آنها است . برای برخی از افراد با مقایسه‌ای که در ذهن خود انجام می‌دهندتصور اینکه اجسام‌کوچك معرف اعدادی بزرگ‌می‌باشند تا اندازه‌ای مشکل است .

منظومهٔ شمسی ما دارای سیاراتی است که فقط چند کیلومتر قطر آنها می‌باشد و منجمینی که اکثراً با اعداد بزرگ سروکاردارندآنها را ذرات‌خرد وکوچك‌فضامی‌نامند. ولی در واقع آنها در مقام مقایسه با سایر سیارات بزرگتر خرد وکوچك درنظرگرفته می‌شوند واز نقطهٔ نظر ما آنها بسیار بزرگ و متشکل از تودهٔ عظیمی هستند . برای مثال یك سیارهٔ جدیدالکشف با قطر۳کیلومتر را درنظرمی‌گیریم تعیین سطح این سیاره با اطلاع مختصری ازعلم‌هندسه‌کاری است ساده. با یك حساب‌کوتاه سطح این سیاره ۲۸ کیلومتر مربع یا ۲۸۰۰۰۰۰۰ متر مربع است. یك‌متر مربع‌ازمکان برای ایستادن راحت ۷ نفر کافی است بنابراین ملاحظه می‌شود که همین سیارهٔ کوچك چه جای وسیعی را تشکیل می‌دهد. ۱۹۶۰۰۰۰۰۰ نفر با کمال سهولت می‌توانند روی این سیارهٔ خرد اقامت گزینند .

تعداد دانه‌های شن معمولا به‌عنوان عددی‌بزرگ و تقریباً بی‌نهایت عنوان می‌شود . قدیمیها معتقد بودند که تعدادآنها برابر با تعداد اخترانی است‌که پرتو افشانی‌بعضی ازآنها به‌چشم مامی‌رسد. درآن زمان‌هنوز تلسکوپ‌اختراع

---

* مقاله در تاریخ ۴۳/۱۲/۱۱ به ادارهٔ مجله واصل شده است . مترجم مقاله در آن موقع دانش‌آموز سال پنجم ریاضی بوده است و فعلا در انگلستان به تحصیلات عالیه ادامه می‌دهد .

نشده بود. بشر قادر بود تنها در حدود ۳۵۰۰ عدد از اختران فضای پیرامون خود را در یك نیمکره رؤیت نماید. فعلا می‌دانیم که تعداد شنهای ساحل میلیونها مرتبه از تعداد اختران مرئی بیشتر است.

در نفسی که می‌کشیم اعداد عظیمی نهفته است. هر سانتیمتر مکعب هوا، یعنی فضائی در حدود یك انگشتانه، شامل ۲۷٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰ مولکول می‌باشد. تصور یك چنین عددی به نظر مشکل و غیرممکن می‌آید. اگر به تعداد این مولکولها جمعیتی روی کرهٔ زمین قرار داشته باشد باوجود همهٔ قاره‌ها و اقیانوسها جائی برای ایستادن بعضی از افراد این جمعیت وجود نخواهد داشت. چون سطح کرهٔ زمین در حدود ۵۰۰ میلیون کیلومتر مربع یا ۵۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰ متر مربع مساحت دارد و اگر ۲۷٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰ را بر این عدد تقسیم کنیم نتیجه ۵۴۰۰۰ حواهد شد ومعنی آن اینست که در هرمترمربع ۵۰۰۰۰ نفر باید جایگزین شوند.

می‌دانیم در بدن هر فرد مقدار زیادی خون جریان دارد. اگر قطرهٔ خونی را زیر میکرسکپ آزمایش کنیم تعداد زیادی گلبول قرمز به شکل قرصهای مدور مشاهده خواهیم کرد. قطر تقریبی هریك از آنها در حدود ۰٫۰۰۷ میلیمتر و ضخامت آنها ۰٫۰۰۲ میلیمتر می‌باشد. در یك قطرهٔ خون به حجم یك سانتیمتر مکعب در حدود ۵۰۰۰۰۰۰ عدد از این ذرات یافت می‌شود. حال ببینیم در بدن یك شخص چه تعداد از این گلبولهای قرمز وجود دارد؟

در حدود $\frac{۱}{۱۴}$ وزن بدن انسان را خون تشکیل می‌دهد. اگر شخصی ۴۰ کیلوگرم وزن داشته باشد در حدود ۳ لیتر خون در بدن وی وجود دارد و با یك حساب ساده نتیجه می‌شود که یك چنین شخصی دارای:

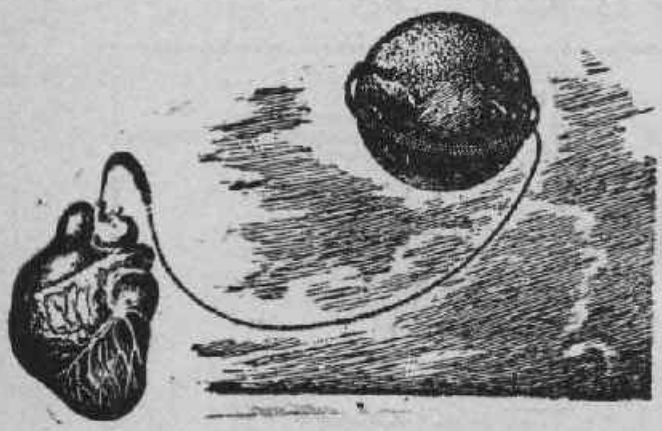
۵۰۰۰۰۰۰ × ۳۰۰۰۰۰۰ = ۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

گلبول قرمز است. قدری فکر کنید! ۱۵ میلیون میلیون گلبول قرمز! حال ببینیم اگر این تعداد گلبول را به دنبال هم بچینیم چه طولی بدست خواهد آمد؟

محاسبهٔ این طول مشکل نیست. برابر با ۱۰۵۰۰۰ کیلومتر می‌شود. این طول را می‌توان.

۱۰۰۰۰۰ ÷ ۴۰۰۰۰ = ۲٫۵

مرتبه به دور استوا پیچید.



حال اگر ما وزن متوسط انسان را در نظر بگیریم طول رشته‌ای که از بهم پیوستن گلبولهای قرمز موجود در خون بدست می‌آید می‌تواند ۳ دور به دور استوا بپیچد.

این گلبولهای کوچك رل مهمی را در سازمان بدن ایفا می‌کنند. آنها هنگام عبور از ششها اکسیژن را جذب کرده آن را به تمام قسمتهای بدن و بین بافتها که با ششها فاصلهٔ زیادی دارند توزیع می‌کنند.

عمل جذب اکسیژن توسط گلبولهای قرمز در سطح آنها انجام می‌گیرد. هرچه گلبولهای قرمز کوچکتر باشند تعداد آنها زیادتر ودر نتیجه مقدار سطح جذب آنها بیشتر خواهد بود.

محاسبه نشان می‌دهد که سطح جذب آنها به مراتب زیادتر از سطح بدن یك شخص است و درحدود ۱۲۵۰ متر مربع می‌باشد. یعنی برابر سطح قطعه‌زمینی به‌اندازهٔ ۳۵×۳۵ مترمربع . اکنون شما می‌فهمید که چقدر برای سازمانها و اندامهای زنده داشتن مقدار بیشتری از این گلبولهای قرمز اهمیت دارد. آنها اکسیژن را روی سطحی که ۱۰۰۰ مرتبه از سطح بدن ما بزرگتر است جذب ودفع می‌نمایند .

مثال دیگر که می‌تواند معرف اعدادی بزرگ باشد مقدار کل غذائی است که توسط یك فرد درطول عمر متوسط ۷۵ سال مصرف می‌شود و می‌توانید حساب کنید چند تن آب، نان، گوشت تخم‌مرغ، سبزی ، شیر وغیره لازم است و برای حمل و نقل این مواد چندقطار و چندین دفعه باید رفت و آمد کند و کرایهٔ مربوط به آن چقدر می‌شود . تصور این مطلب واقعاً مشکل است که یك نفر بتواند این مواد غذائی را مصرف نماید ، البته نه یك مرتبه بلکه در طول عمر خود .

آیا می‌توانید قالبهایی ازنوع قالبهای زیر بسازید ؟

$\sqrt{121}=12-1$	$42:3=4\times3+2$
$\sqrt{64}=6+\sqrt{4}$	$62:3=6\times3+3$
$\sqrt{49}=3+\sqrt{9}=9-\sqrt{2}$	$95:5=9+5+5$
$\sqrt{169}=16-\sqrt{9}=\sqrt{16}+9$	$(2+7)\times2\times16=272+16$
$\sqrt{256}=2\times5+6$	$5^{6-2}=625$
$\sqrt{324}=3(2+3)$	$(8+9)^2=289$
$\sqrt{11881}=118-8-1$	$3^{10}-2=1022$
$\sqrt{1936}=-1+9+36$	$2^{8-1}=128$
$\sqrt[3]{1331}=1+3+3+3+1$	$4\times3^3=4^3:2=34-2$

$9\times9=81$	.....	$9+9=18$
$23\times3=72$	.....	$24+3=27$
$47\times2=94$	.....	$47+2=49$
$263\times2=526$	.....	$263+2=265$
$497\times2=994$	.....	$497+2=499$

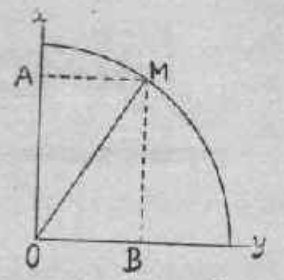
$24\times63=42\times36$	$12\times42=21\times24$
$24\times84=42\times48$	$12\times63=21\times36$
$26\times93=62\times39$	$12\times84=21\times48$
$36\times84=63\times48$	$13\times62=31\times26$
$46\times96=64\times69$	$23\times96=32\times69$

سعی کنید فوراً جواب دهید

✲ چه علامتی بین ۲و۳ قرار دهیم تا عدد حاصل بزرگتر از ۲ و کوچکتر از ۳ باشد ؟

✲ چه عددی است که ثلث آن نصف است ؟

✲ O رأس زاویهٔ قائمه‌ای را مرکز قرار داده به شعاع ۵ ، ربع دایره‌ای محصورین دوضلع زاویه رسم می‌کنیم . از نقطهٔ M واقع بر ربع دایره عمودهای MA و MB را بر ضلعهای زاویهٔ قائمه رسم می‌کنیم. طول خط AB چقدر است ؟



✲ بهای یک کتاب معادل است با ده ریال به‌اضافهٔ نصف بهای آن . بهای کتاب چند ریال است ؟

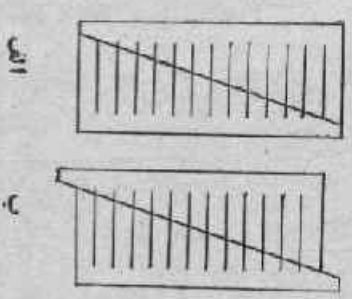
✲ کسری را تعیین کنید که چون مخرج آن را بر صورت و مخرج بیفزائیم مقدار کسر تغییر نکند .

✲ یک قالب صابون را در یک کفهٔ ترازو و یک قالب صابون دیگر را که به اندازهٔ $\frac{۳}{۴}$ اولی وزن داشت در کفهٔ دیگر ترازو گذاشته‌ایم . با افزودن وزنهٔ ۲۰۰ گرمی به کفهٔ دوم تعادل برقرار شده است . قالب صابون بزرگتر چقدر وزن دارد ؟

✲ احمد و ایرج به رستوران رفتند . احمد دو پرس غذا خورد و ایرج یک پرس. هر کدام ده تومان به صاحب رستوران پرداختند. صاحب رستوران رویهم ۵ تومان به آنها پس داد. این ۵ تومان چگونه باید قسمت شود ؟

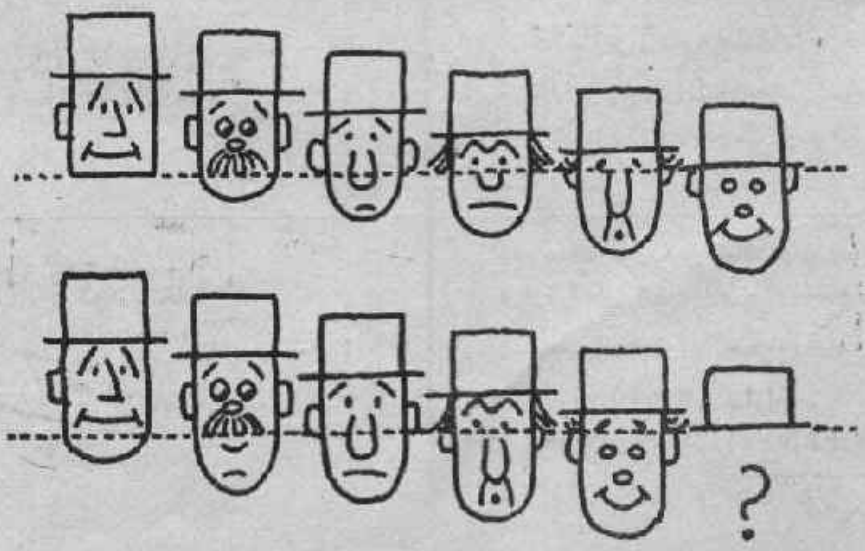
جادوی اشکال

روی یک ورقهٔ کاغذ یا مقوا مربع مستطیلی رسم کنید و داخل آن ، مطابق شکل (الف) ، ۱۳ قطعه خط متساوی‌الطول ومتساوی‌الفاصله رسم کنید. خط MN را چنان رسم کنید که از حد بالائی اولین خط سمت چپ واز حد پائینی آخرین خط سمت راست بگذرد. کاغذ یا مقوا را در طول MN بچینید و یکی از نیمه مستطیل‌ها را روی MN به اندازهٔ فاصلهٔ دو خط متوالی از خطوط سیزده‌گانه بلغزانید (مطابق شکل ب) . در این حال جادوئی انجام می‌گیرد و یکی از خطوط مفقودالاثر می‌شود؛ اگر خطوط را بشمارید ۱۲ عدد بیشتر نیست !



✲✲✲✲✲

نسبت به شکل زیر هم عمل بالا را انجام دهید. یکی از انسانها گم خواهد شد !



مسائل امتحانات داخلی کلاسهای سوم دبیرستانها

I ـ سه ماههٔ اول

جبر

گروه فرهنگی آرش
دبیر: محمدهادی بکتاشی

۱ـ اگر $a+b+c=0$ باشد ثابت کنید :

$$a^3+b^3+c^3=3abc$$

۲ـ عبارات زیررا تجزیه کنید :

$$x^4-12x^2y^2+16y^4$$

$$4x^{4a}+b^{4a}$$

۳ـ کسرهای زیررا خلاصه کنید :

$$\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x-y}+\frac{2y^3-y^2+x^2}{x^2-y^2}$$

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+$$

$$+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$\frac{x^{m+2}y^n+x^my^{n+2}}{x^my^n}+$$

$$+\frac{a^{2m}x^2-a^mx^2y^2}{a^mx^2}-x^2$$

۴ـ معادلات زیررا حل کنید :

$$(x-1)^4-13(x-1)^2+36=0$$

$$\frac{x-1}{x-2}+\frac{x}{x+2}=\frac{x^2+2x-4}{x^2-4}$$

$$y^2-7y-6=0$$

$$\frac{\frac{1+xy}{2x-3y}-\frac{1-xy}{2x+3y}}{1+\frac{9y^2}{4x^2-9y^2}}-\frac{2x^2y+3y-10x^2}{2x^2}$$

مستقل از x و y هست .

۳ـ کسر $\frac{x^4-9x^2}{x^3-x^2-6x^2}$ را ساده کنید(حتی‌الامکان)

۴ـ معادلهٔ $x^3+x^2=20x$ را حل کنید .

۵ـ اولا معادلهٔ پارامتری :

$$-mx+m-2=1-3m-x$$

را حل کنید.

ثانیاً m را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله ۲ باشد .

۶ـ صحت تساوی زیررا تحقیق کنید :

$$\frac{x+1}{2x}-\frac{x-1}{2x+2}-\frac{4x}{x^2-1}+\frac{x^2+1}{x^2}=\frac{x-1}{x+1}$$

۷ـ هریك از عبارات زیر را حتی‌الامکان تجزیه کنید:

$$\begin{cases} a+ax+ax^2+\dots+ax^n+mbx+ \\ \quad +mbx^2+mbx^3+\dots+mbx^{n+1} \\ (x^2-2x)^2-2(x^2-2x)-3 \end{cases}$$

۸ـ اگر $f(x)=2x^2-3x-2$ باشد .

اولاـ $f(x)$ را به حاصلضرب عوامل اول تجزیه کنید.

ثانیاـ $f(x-1)$ را بدست آورید .

ثالثاً $f(x)$ را برحسب قوای صعودی $x-2$ مرتب کنید .

دبیرستان ملی شهریار قلهك
دبیر: قمیصی فرستنده : حمید شاه‌یلانی

۱ـ اگر $f(x)=2x-1$ باشد. مطلوبست محاسبهٔ

$$ff(x)$$

۲ـ ثابت کنید که عبارت :

دبیرستان فروردین گیلان دماوند
دبیر: اصغرزاده طالبی ـ فرستنده : حسن گل‌محمدی

۱ـ عبارات زیررا به حاصلضرب عوامل تجزیه کنید :

$$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$$

$$x^2+(2a-1)x+a(a-1) \quad \text{و} \quad x^4+x^2+1$$

و $x^۴+۶۴$

۲ـ رادیکال زیررا ساده نمائید :

$$\sqrt[n]{x^{۳n}y^{۲n+۵}} - \sqrt[۶]{x^{a}+۶y^{۲۶}} = ۰$$

۳ـ مطلوبست محاسبهٔ :

$$\frac{\sqrt{\frac{۵}{۲}}+\sqrt{\frac{۳}{۵}}-۲}{\sqrt{\frac{۵}{۳}}-\sqrt{\frac{۳}{۵}}} =$$

۴ـ معادلهٔ زیررا حل و بحث کنید :

$$\frac{a}{ax-۱}+\frac{b}{bx-۱}+\frac{c}{cx-۱} = \frac{a+b+c}{(a+b+c)x-۱}$$

دبیرستان فروردین کیلان دماوند

دبیر: آریانفر ـ فرستنده : حسن گل‌محمدی

۱ـ معادلهٔ زیررا حل کنید:

$$x^۲-x-۱۸۲=۰$$

۲ـ مقدار کسر مرکب زیررا بدازای :

$$a=-\frac{۱}{۲} \text{ و } b=-\frac{۱۹}{۵} \text{ و } m=\frac{۳}{۴}$$

بدست آورید :

$$\frac{m^۲+\frac{۲m^۲ab}{a^۲+b^۲}}{a+\frac{b^۴-۳a^۲b^۲}{a(a^۲+b^۲)}} \div \frac{}{۲a^۲+۲b^۲-۴ab}$$

۳ـ حاصل عبارت زیررا بدست آورید :

$$\frac{۱۲x^۴y^۲+۲۷m^۳n^۴-۱۸x^۲y-mn^۲}{۸-۱۲۸y^۲} \times \frac{۲۵۶y^۴-۳۲y^۲+۱}{۱۶y^۲x^۶+۵۴m^۳n^۶} \div$$

دبیرستان ... ۱۵ هدف

۱ـ معادلهٔ زیررا به کمک تجزیهٔ به عوامل اول حل کنید :

$$(x^۲-۲x-۴)^۲-۳(x^۲-۲x-۴)-۴=۰$$

۲ـ کسر زیررا ساده‌کنید :

$$\frac{(ax-by)^۲+۴abxy}{xy(a^۲-b^۲)-ab(x^۲-y^۲)}$$

۲ـ حاصل عبارت زیررا بدست آورید :

$$\left(\frac{ab+۱}{ab-۱}-\frac{ab-۱}{ab+۱}\right) \div \left(\frac{ab+۱}{ab-۱}+\frac{ab-۱}{ab+۱}-۲\right)$$

۴ـ حاصل کسر مرکب زیررا پیدا کنید .

$$\frac{\frac{a-b}{a}-\frac{b}{a+b}}{\frac{a+b}{b}-\frac{a}{a-b}} \div \frac{۱-\frac{b}{a}}{\frac{a}{b}+۱}$$

دبیرستان شمارهٔ ۲ هدف

۱ـ جوابهای معادلهٔ زیر را به کمك تجزیه بدست آورید .

$$(x^۲+x)^۲-۸(x^۲+x)+۱۲=۰$$

۲ـ کسر زیر را ساده کنید :

$$\frac{x^۲y^۲+abxy(b-a)-a^۲b^۲}{x^۲y^۲-abxy(b+a)} \div a^۲b^۲$$

۳ـ حاصل عبارت زیررا بدست آورید :

$$\left(\frac{x+۳}{۳x-۹}-\frac{x-۳}{۳x+۹}-\frac{۱۲}{x^۲-۹}\right) \div \left(\frac{۲x+۳}{x+۳}-۱\right)$$

۲ـ جواب عبارت زیررا بدست آورید :

$$\frac{a^۳-۸}{a^۲x+۴x+۲ax} \times \frac{a^۲-۴+ax+۲x}{a^۲+۴x-۴-x^۲} \div \frac{a^۲x-۴x-a^۲y+۴y}{ax+۲x-x^۲}$$

۵ـ حاصل اعمال زیررا تعیین نمائید :

$$(۲a+۳y)^۲-(۲a-۳y)^۲-(۲a+۳y)(۲a-۳y)+$$
$$+(۲a-y)(۲a+۳y)-۶y(y+۴a)=$$

دبیرستان هدف شمارهٔ ۳

۱ـ عبارت زیررا حساب کنید :

$$\left(۱+\frac{b^۲+c^۲-a^۲}{bc}\right) \times \frac{۱+\frac{a}{b+c}}{۱-\frac{a}{b+c}} \times \frac{b^۲+c^۲-(b-c)^۲}{a+b-c}$$

۲ـ درستی برابری زیررا تحقیق کنید :

$$\frac{۱+\frac{a-b}{a+b}}{۱-\frac{a-b}{a+b}} \div \frac{۱+\frac{a^۲-b^۲}{a^۲+b^۲}}{۱-\frac{a^۲-b^۲}{a^۲+b^۲}} = \frac{b}{a}$$

۳ـ معادلهٔ کسری زیررا حل کنید :

$$\frac{1-\frac{1}{\frac{1}{x}+1}}{1+\frac{1}{\frac{1}{x}-1}}=\frac{3}{4}$$

۴ـ کسرزیررا ساده کنید :

$$\frac{ab-(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}{ab(x^2-y^2)+xy(a^2-b^2)}$$

۵ـ معادلهٔ زیررا حل کنید :

$$\frac{x+1}{2x+3}-\frac{x-1}{4x-6}=\frac{2}{2x+3}+\frac{x^2+7}{4x^2-9}$$

دبیرستان هدف شمارهٔ ۴

۱ـ معادلهٔ زیررا حل کنید :

$$(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24=0$$

۲ـ حاصل عبارت زیررا بدست آورید :

$$\left(\frac{x+y}{2x-2y}-\frac{x-y}{2x+2y}+\frac{2y^2}{x^2-y^2}\right)\div\frac{2y}{x^2+y^2-2xy}$$

۳ـ درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید :

$$\frac{x-3}{x^2-3x+2}-\frac{x-2}{x^2-4x+3}-\frac{x-1}{x^2-5x+6}=\frac{-x-2}{x^2-4x+3}$$

۴ـ کسر مرکب زیررا ساده کنید :

$$\frac{x+\frac{1}{x+2}-\frac{x}{1+\frac{2}{x}}}{2x-\frac{2x}{x-2}-\frac{2}{1-\frac{2}{x}}}$$

حساب

گروه فرهنگی آرش
دبیر: محمدهادی یکتاشی

۲ـ بهجت ، بهنام و بهروز سه سال شریك شدند. بهجت در ابتدا ۲۰۰۰۰ ریال سرمایه گذارد و پس از ۷ ماه دیگر ۵۰۰۰ ریال برسرمایهٔ خودافزود و پس از ۵ ماه ۱۰۰۰۰ ریال دیگر اضافه نمود و پس از ۸ ماه دیگر ۸۰۰۰ ریال از سرمایهٔ خود برداشت و پس از ۴ ماه ۲۰۰۰ ریال دیگر برداشت .
بهنام در ابتدا ۳۰۰۰۰ ریال سرمایه گذارد و پس از ۱۴ ماه دیگر ۲۰۰۰۰ ریال بر سرمایهٔ خود افزود و پس از ۱۲ ماه دیگر ۱۵۰۰۰ ریال از سرمایهٔ خود برداشت. بهروز در ابتدا ۲۵۰۰۰ ریال سرمایه گذارد و پس از ۱۵ ماه ۸۰۰۰ ریال به سرمایهٔ خود افزود و پس ۱۷ ماه دیگر ۹۰۰۰ ریال از سرمایهٔ خود برداشت. بعداز انقضاءمدت، شرکت ۶۷۱۰۰ ریال زیان برد. تعیین کنید هریك چقدر زیان برده‌اند.

۲ـ سرمایهٔ دونفر مجموعاً ۱۶۷۲۸۰ ریال است. اولی سهم خودرا از قرار ۴٪ درمدت سه ماه و دومی سهم خودرا از قرار ۵٪ در مدت ۷ ماه به‌مرابحه گذاردند. سود اولی ۲ برابر سود دومی شده است. سود هریك را تعیین کنید .

۳ـ زمینی است به مساحت ۵۲۰۰ متر مربع که از سه قسمت تشکیل شده است . قسمت جلو متری ۲۰۰ ریال و قسمت وسط متری ۱۵۰ ریال و قسمت عقب متری ۱۰۰ ریال قیمت دارد. اگر بخواهیم این زمین را به‌سه قطعه طوری تقسیم نمائیم که ارزش هرسه مساوی باشدمساحت هر قطعه وقیمت آن چیست.

۴ـ قطار راه‌آهنی به طول ۱۳۰ متر در حرکت است . اتومبیلی درجاده‌ای به‌موازات راه‌آهن حرکت می‌کند و می‌دانیم که اگر اتومبیل در جهت حرکت قطار حرکت کند ۵۲ ثانیه طول خواهد کشید تا طول قطار را طی کند و اگربر خلاف قطار حرکت کند ۴ ثانیه طول می‌کشد تا طول قطاررا طی کند. مطلوبست سرعت اتومبیل و قطار .

دبیرستان شمارهٔ ۱ هدف

مسئلهٔ اول ـ میوه فروشی مقداری انگوررا به مبلغ ۲۰۰۰ ریال خرید ۷۵٪ انگورها را کیلوئی ۳۵ ریال و ۸۰٪ بقیهٔ انگورهارا کیلوئی ۳۰ ریال فروخت باقیمانده که ۴ کیلو بود به علت پوسیدگی دور ریخت .
اولا وزن کل انگور راپیدا کنید .
ثانیاً معلوم کنید چند درصد قیمت خرید سود برده است.
مسئلهٔ دوم ـ مبلغ ۱۷۸۰۰ ریال را بین ۴ نفر چنان تقسیم کنید که نسبت دومی به اولی $\frac{4}{3}$ و نسبت اولی به سومی $\frac{5}{8}$ و نسبت دومی به‌چهارمی $\frac{2}{3}$ باشد .

مسئلهٔ سوم- کامیونی برای حمل ۱۴ تن کالا از تهران به گرگان ۵۶۰۰ ریال کرایه می‌گیرد. اگر مسافت تهران تا گرگان ۴۰۰ کیلومتر باشد.

اولا کرایهٔ یك تن در یك کیلومتر را حساب کنید.

ثانیاً معلوم کنید همین کامیون در مراجعت به‌تهران برای حمل چند تن کالا ۷۲۰۰ را کرایه خواهد گرفت درصورتی که کرایه یك تن در یك کیلومتر $\frac{۳}{۲}$ کرایهٔ یك تن در یك کیلومترهنگام رفتن باشد.

مسئلهٔ چهارم - سه نفرشریك شدند. اولی بـا ۳۰۰۰۰ ریال به مدت یك سال و نه ماه و دومی که سرمایـه‌اش نصف سرمایهٔ اولی بود به مدت یك سال و هشت مـاه و سومی کـه سرمایه‌اش دوبرابر سرمایهٔ اولی بود به‌مدت یك سال درشرکت کارکردند در صورتی که سود شرکت ۶۶۰۰ ریال باشد سود هرکدام چقدر است.

دبیرستان هدف شمارهٔ ۳

۱- واسطهٔ هندسی دوعدد۸ و ۲۶۴/۵ رابدست بیاورید و تناسب آنرا بنویسید.

۲- دوعدد تعیین کنید که تفاضل آنها ۸۰ و نسبت آن $\frac{۴}{۶}$ باشد.

۳- شخصی ۱۲۵ متر پارچه خریدوفروخت‌به‌مبلغ ۱۰۸۰۰ ریال‌درصورتی که۲۰٪قیمت فروش‌سودبرده باشد معلوم کنیدچند درصد خرید سود برده است و خرید یك متر پارچه را حساب کنید.

۴- ۱۲ نفر بنا روزی ۸ ساعت کار کردند و $\frac{۲}{۷}$ کار را در مدت ۲۸ روز انجام دادند درصورتی که ۹ نفر به‌عدهٔ آنها اضافه شود و روزی ۱۰ ساعت کار کنند بقیهٔ کاررا در چند روز تمام خواهند کرد.

۵ - مبلغ ۲۸۱۰۰ ریال را بین چهار نفر طوری‌تقسیم کنید که نسبت سهم اولی به دومی مثل ۴ باشد به ۵ و نسبت سهم دومی به سومی مثل ۳/۵ باشد به ۴ و نسبت سهم سومی به‌چهارمی مثل $\frac{۲}{۳}$ باشد به $\frac{۵}{۸}$

۶- تاجری ۲۶۰ کیلوگرم قند و شکر خرید به مبلغ ۷۰۰۰ ریال نسبت وزن آنها $\frac{۵}{۸}$ می‌باشد. اگرقیمت یك‌کیلو شکر ۲۴ ریال باشد قیمت یك کیلو قندرا حساب کنید.

دبیرستان شمارهٔ ۳ هدف

۱- بزازی ۳۵ توپ پارچه را که هر توپ آن ۴۰متر بود به مبلغ ۸۰۵۰۰ ریال فروخت و در این معامله به اندازهٔ ۱۵درصد خرید سودبرد.اگر تمام پارچه را در دودفعه‌فروخته باشد بطوری که دفعه اول $\frac{۳}{۵}$آنرا فروخته و در هرمتر ۶/۵ ریال سود برده و دفعهٔ دوم بقیهٔ پارچه‌هارا فروخته باشد معلوم کنید:

الف - خرید یك متر پارچه.

ب - سود یك متر دفعهٔ دوم.

ج - سود دفعهٔ دوم چند درصد خرید بوده است.

۲ - دو عدد پیدا کنید که:

اولا- واسطهٔ هندسی آنها ۲۱ باشد.

ثانیا- اگر از $\frac{۵}{۹}$ عدد کوچکتر $۱\frac{۳}{۴}$ واحد کم کنیم مساوی ۷ شود.

۳- پدری ۲۵ درصد دارائی خودرا بین سه فرزندش‌به نسبت عکس سن آنها که به ترتیب ۱۰ و ۱۶ و ۱۸ سال بود تقسیم کرد. می‌دانیم اگر برادر کوچکتر ۴۲۰۰ ریال ازسهم خودرا به برادر بزرگتر بدهد سهم این دو برادر مساوی خواهد شد.

اولا مطلوبست سهم هریك از برادران.

ثانیاً دارائی پدر.

۴- سه نفر باهم شریك شدند و قرار گذاشتند کـه سود حاصل را به نسبت سرمایه‌ها و مدتی که سرمایهٔ هریك درکار بوده است بین خود تقسیم نمایند. نسبت سرمایهٔ اولی به‌دومی مثل ۲/۵ به $\frac{۳}{۵}$ است و نسبت سرمایهٔ دومی به‌سومی‌مانند $\frac{۲}{۳}$ است به‌$\frac{۵}{۶}$. اولی بعد ازشش ماه و دومی بعداز یکسال و ۸ماه سرمایهٔ خودرا ازشرکت گرفتند در پایان سال دوم وقتی‌سودها را تقسیم‌کردند به‌دومی ۲۴۰۰۰ ریال‌رسید. سود دونفر دیگر را معلوم کنید.

دبیرستان هدف شمارهٔ ۴

۲- لوازم‌التحریرفروشی تعدادی دفترچه خرید. قیمت هر صد دفترچه ۲۰۰ ریال بود اما او ۱۵٪ تخفیف گرفت. نصف دفترچه‌هارا فروخت با ۲۵٪ سود و نصف بقیه را با۲۰٪ و مابقی‌را با ۱۰٪ سود فروخت. دراین معامله ۲۷۲ ریال‌سود

برد تعیین کنید تعداد دفترهارا.

۲. مدرسه‌ای تصمیم می‌گیرد که ۱۵ نفر از کارمندان و تعدادی از دانش آموزان خودرا به گردش علمی بفرستد. مؤسسهٔ حمل و نقل که معمولا از هر نفر ۱۲۰۰ ریال کرایه می‌گیرد ۷/۵٪ در کرایهٔ هریك از کارمندان و ۱۲/۵٪ در کرایهٔ هریك ازدانش‌آموزان تخفیف می‌دهد اگر تخفیف داده نمی‌شد مدرسه بایستی ۹۶۰۰۰ ریال کرایه بپردازد. حساب کنید کرایه‌ای را که پس از تخفیف پرداخته می‌شود و نیز تعداد دانش‌آموزان را حساب کنید.

۳. شخصی سه فرزند دارد اولی ۱۳ ساله که قدش ۱۶۵ سانتیمتر است، دومی ۱۶ ساله که قدش ۱۶۰ سانتیمتر است سومی ۱۵ ساله که قدش ۱۳۵ سانتیمتر است. این شخص می‌خواست مبلغی را به نسبت مستقیم سن و به نسبت معکوس قد پسرانش تقسیم کند و قرار گذاشت هر یك از سه نفر کهزود- تر توانست قاعدهٔ تقسیم پول راپیدا کند ۵۰ ریال پاداش بگیرد اولی زودتر این قاعده را پیدا کرد و جمعاً ۵۵۰ ریال گرفت سهم دونفر دیگر را حساب کنید.

۴- هواپیمائی فاصلهٔ تهران تا لندن را که به فرض ۴۵۰۰ کیلومتر است یك سره بدون توقف در ۶ ساعت طی می‌کند هواپیمای دیگری با همان سرعت فاصلهٔ تهران تا نیویورك را در $۱۴\frac{۱}{۲}$ ساعت می‌پیماید. اما در سر راه در پاریس و لندن برروی هم ۱/۵ساعت توقف دارد. تعیین کنید فاصلهٔ تهران تا نیویورك را.

هندسه

گروه فرهنگی آرش

دبیر: ناصر بکتاشی

۱- تناسب و خواص آنرا بطور کامل شرح داده و واسطهٔ هندسی را از آن نتیجه گرفته و رسم چهار جزء تناسب بین سه قطعه خط به طول ۳ و ۶ و ۵ و محاسبهٔ طول آن.

۲-هرگاه چند خط موازی خطی را به قطعه‌های متساوی تقسیم کنند هر خط دیگری را هم که قطع کنند به قطعه‌های متساوی تقسیم می‌نماید.

۳- هرگاه خطی موازی با یك ضلع مثلث رسم شود دو ضلع دیگررا به یك‌نسبت قطع می‌کند.

۴- پاره‌خط AB رابه نسبت a و b و c و d به‌چهار جزء تقسیم کنید.

۵- طول اضلاع مثلثی ۳ و ۵ و ۷ سانتیمتر است. مثلث دیگری داریم که طول محیطش ۲۲/۵ سانتیمتر است واضلاعش با اضلاع مثلث اولی متناسبند. اضلاع آنرا به وسیلهٔ ترسیم بدست آورید.

۶- در ذوزنقهٔ ABCD که نقطهٔ E را برروی AD گرفته $EF \parallel CD$ است و $AE=\frac{۱}{۷}ED$ و $BC-۶$

اولا ثابت کنید: $\frac{AE}{ED}=\frac{BF}{FC}$

ثانیاً BF و FC را حساب کنید.

۷- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع محاط در دایرهٔ O مفروض است نقطهٔ اختیاری M را روی قوس BC فرض می‌کنیم و از آن به نقاط A و B و C وصل می‌کنیم ثابت کنید $MA=MB+MC$.

۸- مثلث ABC مفروض است. ازنقطهٔ A' واقع روی میانهٔ AD دوخط به موازات اضلاع AB و AC رسم‌می‌کنیم تا BC را در نقاط B' و C' قطع کند ثابت کنید $A'D$ میانهٔ مثلث $A'B'C'$ نیز می‌باشد.

۹- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ارتفاع AH وارد بر وتر را رسم می‌کنیم.ثابت کنید که مجموع شعاعهای دوایر محاطی سه مثلث ABC و ABH و ACH مساوی باارتفاع AH می‌باشد.

دبیرستان شمارهٔ ۱ هدف

قضیه - هرگاه چندخط موازی خطی رابه‌قطعه‌های‌متساوی تقسیم کنند هر خط دیگری را هم که قطع کنند به قطعه‌های متساوی تقسیم می‌نمایند.

مسئلهٔ ۱- از نقطهٔ A واقع در خارج دایره‌ای مماسهای AB و AC و قاطع AFD را رسم می‌کنیم:

الف- ثابت کنید $\triangle ABD \sim \triangle ABF$ (تناسب‌اضلاع را بنویسید).

ب - ثابت کنید $\triangle ADC \sim \triangle ACF$ (تناسب‌اضلاع را بنویسید).

ج - از مقایسهٔ دو تناسب فوق رابطهٔ:

$BD \times FC = BF \times CD$

را نتیجه بگیرید.

مسئلهٔ ۲- در مستطیل ABCD از رأس A عمودی بر قطر BD فرود آورده و امتداد می‌دهیم تا ضلع DC را در نقطهٔ E قطع کند.

الف. ثابت کنید رابطهٔ $AD^2 = AB \times DE$ برقرار است.

ب ـ اگر $AD = 4^{cm}$ و $DE = 2^{cm}$ باشد طول AB و BD و AE را حساب کنید.

رسم ـ پاره خطی به طول ۱۵ سانتیمتر را به نسبت ۲و۳ و ۴ تقسیم کنید سپس مثلثی به اضلاع قطعات بدست آمده رسم کنید.

دبیرستان شمارهٔ ۳ هدف

عکس قضیهٔ طالس : هرگاه خطی دوضلع مثلثی را قطع کند بطوری که قطعات متناظر متناسب باشند ثابت کنید آن خط با ضلع سوم موازی است.

قضیهٔ اصلی : هرگاه خطی به موازات یکی از اضلاع مثلث رسم شود مثلثی متشابه با مثلث اول می‌سازد.

مسألهٔ ۱ـ مثلث ABC در دایرهٔ O محاط شده‌است، نیمساز زاویهٔ A ضلع BC را در نقطهٔ D و دایره را در نقطهٔ E قطع می‌کند.

اولا ـ ثابت کنید مثلث ADC با مثلث BDE متشابه است و رابطهٔ $AD \cdot DE = BD \cdot DC$ برقرار است.

ثانیاً ـ ثابت کنید رابطهٔ : $EB^2 = ED \cdot EA$ برقرار است.

مسألهٔ ۲ ـ در متوازی‌الاضلاع ABCD قطر BD رسم شده از رأس A قاطعی رسم کرده تا قطر BD را در نقطهٔ E و ضلع BC را در نقطهٔ F و امتداد DC را در نقطهٔ G قطع کند.

اولا ثابت کنید $AED \backsim BEF$ (تناسب اضلاع را بنویسید.)

ثانیاً ـ ثابت کنید $AEB \backsim EGD$ (تناسب اضلاع را بنویسید.)

ثالثاً ـ از تناسبهای فوق رابطهٔ $AE^2 = EF \cdot EG$ را نتیجه بگیرید.

رسم : هرگاه $\frac{2}{3} = \frac{x}{4}$ باشد از طریق رسم x را تعیین کنید.

دبیرستان هدف شمارهٔ ۳

سؤال ۱ـ در دو مثلث متشابه نسبت تشابه برابر با نسبت چه خطوطی از مثلث می‌باشد.

سؤال ۲ـ دومثلث در خارج یکدیگر طوری رسم‌شده‌اند که اضلاع آنها دو به دو موازی است ثابت کنید متشابهند.

سؤال ۳ـ از تساوی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تساوی $\frac{3a-2c}{3b-2d} = \frac{a}{b}$ را نتیجه بگیرید.

سؤال ۴ـ از تناسب $\frac{2x-3y}{2x+3y} = \frac{2}{3}$ نسبت $\frac{y}{x}$ را حساب کنید.

سؤال ۵ـ مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را به فرض آنکه میانهٔ $AM = 4$ و ضلع $AB = 6/5^{cm}$ باشد رسم کنید.

و اگر از نقطهٔ M وسط وتر CB عمودی بر وتر اخراج کنیم تا AB را در D و امتداد AC را در E قطع کند ثابت کنید.

اولا ـ MB واسطهٔ هندسی بین دو قطعه MD و ME می‌باشد.

ثانیاً ـ رابطهٔ $BC \cdot MD = AC \cdot BD$ محقق است.

سؤال ۶ـ دو دایرهٔ O و O′ به شعاع ۲ و ۳ سانتیمتر رسم کنید که باهم مماس خارج باشند. سپس از نقطهٔ تماس دو خط رسم کنید تا دو دایره را در چهار نقطه قطع کنند. ثابت کنید شکلی که از بهم پیوستن این چهار نقطه حاصل می‌شود ذوزنقه است.

سؤال ۷ـ دومثلث قائم‌الزاویه درچند حالت باهم متشابهند فقط حالت سوم را ثابت کنید.

رسم: دومثلث متساوی‌الاضلاع ABC و A′B′C′ به ضلع ۱۰ سانتیمتر طوری رسم کنید که A′ وسط BC و A وسط B′C′ و اوساط AB و A′B′ نقطهٔ M و اوساط اضلاع AC و A′C′ نقطهٔ N باشد. بعد به مراکز B′ و C′ و شعاعهای ۵ و ۵/۵ سانتیمتر چهار کمان ۶۰ و کمتر از ۶۰ درجه در داخل مثلث ABC بعد به مرکز A′ چهار کمان دیگر و به شعاع ۵ و ۴/۵ وصل به دوقوس قبلی سپس به مراکز M و N چهار کمان دیگر به شعاع ۵ و ۴/۵ وصل و به کمانهای اخیر رسم کنید و بالاخره به مراکز B و C و به شعاع ۵ و ۵/۵ سانتیمتر چهار کمان رسم کنید. سپس اضلاع مثلثهای اولیه را پاک کنید و شکل حاصل را مطابق ذوق خود نقطه ـ چین یا سیاه یا هاشور بزنید.

دبیرستان هدف شمارهٔ ۴

۱ـ واسطهٔ هندسی بین دو پاره خط را تعریف کنید.

۲ـ دو شکل را درچه صورت متشابه گویند.

۳ـ عکس قضیهٔ طالس را بدون اثبات تعریف کنید.

۴ـ نسبت بین دو پاره خط را تعریف کنید.

قضیهٔ اصلی تشابه ـ درمثلث HAB خط MN به موازات قاعدهٔ AB رسم‌شده‌است. ثابت کنید دومثلث HAB و HMN متشابهند.

مسألهٔ اول- مطلوبست رسم چهارمین جزء از تناسب

$$\frac{x}{۳}=\frac{۲}{۵}$$

طریقهٔ ترسیم را توضیح دهید (با اثبات) .

مسألهٔ دوم - دریك دایره قطر AB بروتر CD عمود شده است ثابت کنید :

اولا دو مثلث DHA و BHC متشابهند.

ثانیاً اگر AB=۱۰ سانتیمتر و AD=۲√۵ سانتیمتر باشد طول وتر CD را حساب کنید .

مسألهٔ سوم - در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC (C=۹۰°) خط CM میانهٔ وارد بر وتر می‌باشد. از نقطهٔ M عمودی بر AB اخراج می‌کنیم تا BC را در نقطهٔ D و امتداد AC را در E قطع کند ثابت کنید :

اولا- دومثلث MDB و MAE متشابهند .

ثانیاً- CM واسطهٔ هندسی است میان DM و EM

مسائل فیزیك

دبیرستان کمال
دبیر: زمانپور - فرستنده : حسین گل‌محمدی

۱- ظرفی است به جرم ۵۰۰ گرم وبه‌درجهٔ حرارت ۲۰° سانتیگراد. درون آن را ۶۰۰ گرم آب به درجهٔ حرارت ۱۰۴ درجهٔ فارنهایت ریخته‌ایم. درجهٔ حرارت تعادل ۳۶ درجهٔ سانتیگراد شده است. تعیین کنید گرمای ویژه ظرف را.

۲- سیمی است به طول ۱ کیلومتر ضریب مقاومتش ۰/۰۰۰۰۰۱۶ اهم برسانتیمتر است مقاومت آن ۵۰ اهم است . تعیین کنید :

اولا: سطح مقطع سیم را برحسب میلیمتر مربع .

در ثانی اگر از این سیم جریانی به شدت ۲ آمپر به مدت ۱ ساعت و ۶۰ دقیقه عبور دهیم . مقدار الکتریسیته‌ای از سیم مزبور گذشته چند کولن است .

ثالثاً - این مقدارالکتریسیته چند گرم نقره را می‌تواند در کاتد رسوب دهد.

II ـ سه ماههٔ دوم

جبر

دبیرستان کمال

دبیر: رجائیان ـ فرستنده : حسن گل‌محمدی

۱ـ عبارت زیر را خلاصه کنید :

$$\frac{(x+y)^2-z^2}{x^2-(y-z)^2}$$

۲ـ تقسیم زیررا انجام دهید :

$$\left[\frac{x-1}{x+1}-\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right]\div\left(\frac{8x}{x^2-x}\right)$$

دبیرستان فردوسی کیلان دماوند

دبیر: اکبر اصغرزادهٔ طالبی ـ فرستنده : حسین گل‌محمدی

۱ـ معادلهٔ زیر راحل کنید :

$$\frac{\frac{x+2a}{2x+a}+b}{2x+a+\frac{3a^2}{2x+a}}=\frac{\frac{2x+a}{x+2a}+b}{2\left(x+2a-\frac{3a^2}{x+2a}\right)}$$

۲ـ دو دستگاه زیر را حل کنید :

$$\begin{cases}\frac{2x+y}{5}-\frac{y}{2}=4\\ \frac{x+1}{y+2}-2=\frac{2(x-1)}{y+2}\end{cases}\quad\text{و}\quad\begin{cases}xyz=6\\ xz=3\\ x+y+z=6\end{cases}$$

۳ـ دستگاه زیررا حل وبحث نمائید :

$$\begin{cases}(a+b)x-(a-b)y=2ab\\ \frac{x}{a+b}+\frac{y}{a-b}=2\end{cases}$$

۴ـ دستگاه زیر را حل‌کنید :

$$\frac{y+z-x}{a}=\frac{z+x-y}{b}=\frac{x+y-z}{c}=xyz$$

دبیرستان مهررخشان

دبیر: ناجیك

I ـ عبارات زیر را به حاصل‌ضرب عوامل تجزیه کنید :

۱) $25-\frac{(a+b)^2}{8}$

۲) $x^2(z-y)+y^2(x-z)+z^2(y-x)$

II ـ کوچکترین مضرب مشترك عبارات زیر را بدست آورید :

۱) $16x^2-64$ و x^2-6x^2+9 و $5x^2-15x$

۲) x^2-8 و x^2-4 و $3x^2+6x+12$

۳) $4a^2-9$ و $4a^2-12a+9$ و $10a-15$

III ـ معادلات زیر را حل کنید .

۱) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8=0$

۲) $x^4-13x^2+42=0$

۳) $x^4-5x^3-4x^2+20x=0$

۴) $\frac{\frac{3+2x}{1+2x}-\frac{5+2x}{7-2x}}{1-\frac{4x^2-2}{7+12x-4x^2}}=\frac{16}{9}$

۵) $\frac{2x-6}{x^2-6x+9}-\frac{6x+3}{4x^2-1}=0$

IV ـ درستی برابریهای زیر را تحقیق کنید :

۱) $\left(\frac{a+b}{2a-2b}-\frac{a-b}{2a+2b}+\frac{2b^2}{a^2-b^2}\right)\times\frac{(a-b)^2}{2b}=a-b$

۲) $\left(\frac{2x}{y}\times\frac{3x^2-3y^2}{5}\right)\div\frac{x^2-xy}{10}=\frac{12(x+y)}{y}$

V ـ کسرزیر را به ساده‌ترین صورت خود درآورید .

$$\frac{\frac{3x}{x-2y}-\frac{3x}{x+2y}}{1-\frac{4y^2-10xy}{4y^2-x^2}}=?$$

VI- دستگاههای زیر را از راههایی که گفته شده حل کنید :

قیاسی

۱) $\begin{cases} \frac{۴x+۵y}{۴} = x-y \\ \frac{۲x-y}{۳}+۲y=\frac{۱}{۲} \end{cases}$

تبدیلی

۲) $\begin{cases} \frac{۵x+۷y}{۳x+۱۱}=\frac{۱۳}{۷} \\ \frac{۱۱x+۲۷}{۷x+۹y}=\frac{۱۹}{۱۱} \end{cases}$

حذفی

۳) $\begin{cases} ۷x+۸y=۱۹ \\ ۵x+۶y=۱۳/۵ \end{cases}$

دلخواه

۴) $\begin{cases} ۱/۵x+۲/۴y=۱۵ \\ ۰/۵x-۰/۲y=-۰/۰۴ \end{cases}$

حساب

دبیرستان فروردین گیلان دماوند

دبیر : طالبی - فرستنده : حسن گل‌محمدی

۱- شخصی قسمتی از سرمایهٔ خود را باسود ۴٪ وقسمت دوم‌را باسود ۵٪ به‌مرابحه می‌دهد وسالی ۳۷۰۰ ریال‌می گیرد. اگر قسمت اول را ۵٪ و قسمت دوم را ۴٪ به مرابحه می‌داد سالی ۳۸۶۰ریال می گرفت. معین‌کنید هریك ازدوقسمت سرمایه را .

۲- شخصی سرمایه‌اش را سه قسمت کرد بطوری که نسبت قسمت اول به دوم مثل $\frac{۳}{۷}$ ونسبت قسمت دوم به سوم مثل $\frac{۱۰}{۱۳}$ می‌باشد. آنها را به مرابحه گذاشت بطوری که نسبت نرخ اولی به دومی مثل $\frac{۲}{۳}$ و نسبت نرخ دومی به سومی مثل $\frac{۴}{۵}$ می‌باشد . پس از یکسال سودآنها را دریافت بطوری که نسبت سود اولی به دومی مثل $\frac{۷}{۸}$ و نسبت سود دومی به سومی مثل $\frac{۴}{۹}$ است .

مطلوبست هرقسمت ازسرمایهٔ شخصی‌درصورتی که مجموع سودها ۷۲۰۰۰ ریال باشد.

۳- شخصی از سرمایه‌ای که در بانك دارد سالانه بانرخ ۵/۵٪ مبلغ ۶۰۳۹ ریال عایدی دارد . اما نرخ بانك به ۵٪ تنزل یافته است. معین کنید چه مبلغ باید به سرمایهٔ خود بیفزاید تا همان سود را عاید دارد .

دبیرستان کمال نارمك

دبیر: قطبی - فرستنده : حسن گل‌محمدی

۱- ۷۵۰۰ ریال را بین ۴ نفر طوری قسمت کنید که .

نسبت اولی به‌دومی مساوی $\frac{۲}{۳}$ و نسبت سهم دومی به‌سومی مثل $\frac{۴}{۵}$ ونسبت سهم سومی به چهارمی برابر $\frac{۶}{۱۱}$ باشد .

۲- ۲۸۵۰ ریال را برای مدت ۹ ماه و ۵۰۰ ریال را برای مدت ۶ ماه به‌مرابحه داده‌ایم . بر روی هم ۲۷۲ ریال سود داده‌اند اگر مجموع دو نرخ ۱۲٪ باشد سود و نرخ هریك را حساب کنید .

۳- براتی است به مبلغ اسمی ۱۲۵۰۰ ریال و به موعد ۴ ماه . این برات را با نرخ ۱۲٪ تنزیل کرده‌ایم . مبلغ تنزیل را حساب کنید.

۴- نسبت دوسرمایه $\frac{۴}{۵}$ و تفاضل‌آنها ۲۰۰۰ ریال‌است این دوسرمایه را با دو نرخ مختلف به مرابحه داده‌ایم . سود اولی در ۸ ماه برابر سود دومی در ۶ ماه است. مجموع سود سالیانهٔ‌آنها ۱۴۰۰ ریال است مطلوبست تعیین هریك ازسرمایه ونرخ آنها .

هندسه

دبیرستان دکتر نصیری

دبیر، هدایتی - فرستنده : محمد اسحق لهراسبی

۱- متوازی الاضلاع ABCD مفروض‌است. عمودهای AH و DC AK و BC فرود می‌آوریم .

اولا ثابت کنید $\Delta ADH \sim \Delta ABK$.

ثانیاً- نقطهٔ تلاقی AH و BC را F و AK و DC را E می‌نامیم ثابت کنید :

$AB \cdot DE = AD \cdot BF$ و $AH \cdot AF = AK \cdot AE$

ثالثاً- ثابت کنید چهارضلعی HKEF محاطی است و امتداد AC بر EF عمود است .

رسم :

۱- مثلث‌قائم‌الزاویهٔ ABC ($A = ۹۰^\circ$) را بامعلومات زیر رسم کنید .

$AB = ۲\sqrt{۳}$ و $AC = ۲\sqrt{۲}$

۲- روی وتر BC نقطهٔ D را چنان بیابید که نسبت فواصلش از دوضلع دیگر برابر ۲ باشد .

دبیرستان فردوسی گیلان دماوند

دبیر: طالبی ـ فرستنده: حسن گل‌محمدی

۱ـ قطعه‌خطی به‌طول $\sqrt{11}$ رسم کنید.

۲ـ دومثلث ABC و A'B'C' متشابهند و $AB = 10Cm$ وارتفاع $A'B' = 6Cm$ است. مطلوبست تعیین طول ارتفاع CH در صورتی که مساحت مثلث A'B'C' برابر $24Cm^2$ می‌باشد.

۳ـ در دوزنقهٔ AA'B'B نقطهٔ O را روی ساق AB طوری انتخاب می‌کنیم که $\frac{AO}{OB} = \frac{1}{2}$ است. از O خطی به موازات BB' رسم می‌کنیم ومحل برخورد آن را باساق A'B' به O' می‌نمائیم. ثابت کنید:

$$OO' = \frac{BB' + 2AA'}{3}$$

دبیرستان کمال

دبیر: قطبی ـ فرستنده: حسن گل‌محمدی

۱ـ پاره‌خط AB را به ۳ قسمت متناسب با اعداد ۲ و ۳ و ۴ قسمت کنید.

۲ـ اضلاع مثلثی متناسب با اضلاع مثلث ABC $(a>b>c)$ می‌باشد که محیط آن برابر با ۲۵ سانتیمتر است. هرگاه اضلاع مثلث ABC ، ۵ و ۴ و ۳/۵ سانتیمتر باشد اضلاع مثلث اول را حساب کنید.

مسائل فیزیك

دبیرستان فروردین گیلان دماوند

دبیر: اشرفی ـ فرستنده: حسن گل‌محمدی

۱ـ در ظرفی به‌وزن ۳ کیلوگرم ۳ لیتر آب جوش و ۲ لیتر آب ۳۰ درجه می‌ریزیم و فلزی را که گرمای ویژهٔ آن ۱/۲ می‌باشد وکاملا سرخ شده است وارد این ظرف می‌کنیم. مطلوبست:

اولا ـ گرمای ویژهٔ ظرف درصورتی که دمای تعادل 25° باشد.

ثانیاً ـ وزن فلز را درصورتی که درجهٔ حرارت آن ۲۰۰ درجهٔ فارنهایت باشد.

۲ـ اختلاف پتانسیل دوسر دینمی ۲۲۰ ولت است اگر از آن جریانی بشدت ۲۵ آمپر عبور کند. مقاومت سیم را حساب کنید.

شیمی

دبیرستان فروردین گیلان دماوند

دبیر: کارگر ـ فرستنده: حسن گل‌محمدی

۱ـ فرمولهای زیر را کامل کنید.

$$(SO_4)_3Fe_2 + SO_2 + \cdots \rightarrow \cdots$$

$$Sn + KOH + H_2O \rightarrow \cdots$$

$$SO_4Fe + Cl_3Au + SO_4H_2 \rightarrow \cdots$$

۲ـ سکه‌ای است از مس وطلا. آن را در اسید سولفوریك گرم و غلیظ می‌جوشانیم. گاز حاصل را وارد آب کلر می‌کنیم وبرمحلول حاصل نیترات سرب اضافه می‌کنیم. $3/0530$ گرم رسوب بدست می‌آید.

اولا ـ مطلوبست نسبت درصد مس وطلا درسکه.

ثانیاً ـ اگر درمحلول اولیه سود بیفزائیم و رسوب حاصل را تکلیس کنیم چند گرم اکسید حاصل می‌شود؟

III ـ سه ماههٔ سوم (خرداد ۱۳۴۶)

جبر

گروه فرهنگی آذر

۱) عبارات زیررا تا حد امکان به حاصل ضرب‌عوامل تجزیه کنید :

x^2+2x-y^2+1 و $a^4-a^3-a^2+a$

۲) حاصل اعمال کسرهای زیر را حساب کنید:

$$\frac{a^2-2a-15}{6a^3}\times\frac{a^2+6a+8}{a^2+5a+6}\div\frac{a^2-2a-15}{3a^2+9a^2}$$

۳) حاصل جمع کسرهای زیررا حساب کنید :

$$\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}+\frac{b+c}{(a-c)(a-b)}+\frac{a+c}{(b-a)(b-c)}$$

۴) معادلهٔ یك مجهولی زیررا حل و بحث کنید :

$$\frac{x-6}{12m+15}-\frac{x+4}{8m-10}=\frac{5mx+35x-4m}{150-96m^2}$$

۶) هریك‌از دستگاه دومجهولی زیررا حل کنید (دستگاه حرفی را حل و بحث کنید).

$$\begin{cases}\frac{3x-2y}{3}-\frac{x-5y}{7}=-1\\ \frac{7x-y}{6}+\frac{x-2y}{3}=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}bx+ay=a+b\\ abx-aby=a^2-b^2\end{cases}$$

۷) مجموع پول دونفر ۱۱۲۰۰ ریال و $\frac{1}{5}$ پول اولی نصف پول‌دومی‌است. پول هریك را تعیین کنید .

دبیرستان البرز

۱ـ معادلهٔ زیررا حل کنید.

$$\frac{\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}}{\frac{1-x}{1+x}-1}=\frac{4}{x-\frac{1}{2}}$$

۲ـ دستگاه دومجهولی زیررا حل کنید :

$$\begin{cases}3(x+y+1)+\frac{1}{3x-3y}=24\frac{1}{3}\\ 2(x+y-1)+\frac{1}{2x-2y}=12\frac{1}{2}\end{cases}$$

۳) دستگاه سه مجهولی زیررا حل کنید :

$$\begin{cases}\frac{1}{x+19}+\frac{1}{y+28}=\frac{1}{12}\\ \frac{1}{y+28}+\frac{1}{z+57}=\frac{1}{20}\\ \frac{1}{z+57}+\frac{8}{x+19}=\frac{1}{15}\end{cases}$$

۴ـ عبارتهای زیررا به‌حاصل‌ضرب عوامل تجزیه کنید :

$4(ad+bc)^2-(a^2-b^2-c^2+d^2)^2$

گروه فرهنگی خوارزمی

۱ـ عبارت زیررا ساده کنید :

$$\frac{a^2+b^2}{a+b}-\frac{a^2-b^2}{a-b}$$

۲ـ عبارتهای زیررا به حاصل‌ضرب‌عوامل‌اول تجزیه کنید:

$x^2-xy-y-1$

x^3+4y^3

۳ـ معادلات زیر را حل کنید :

(۱) $\frac{x+3}{x+4}-\frac{x+4}{x+5}=\frac{x+5}{x+6}-\frac{x+6}{x+7}$

(۲) $\frac{(a+2)x}{a}-\frac{2x+a-1}{a^2}=\frac{(2a-1)x}{a^2}$

۴ـ دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی زیررا حل کنید:

$$\begin{cases}\frac{x}{a-b}-\frac{\quad}{a+b}=\frac{4ab}{a^2-b^2}\\ a(x+y)-b(x-y)=2(a^2-b^2)\end{cases}$$

۵- اولاً عبارت P را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید:

$$P=\frac{\frac{x-y}{x}-\frac{y}{x+y}}{\frac{x+y}{y}-\frac{x}{x-y}}\circ\frac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x}$$

ثانیاً - وقتی $\frac{x}{y}=\frac{a+b}{a-b}$ باشد P را بر حسب a و b پیدا کنید.

دبیرستان دکتر نصیری

دبیر: قلی‌زاده - فرستنده: محمد اسحق لهراسبی

$$\begin{cases}(a^2+b^2-ab)x+(a^2+b^2+ab)y=a^2\\(a+b)x-(a-b)y=2ab\end{cases}$$

۲- دستگاه زیر را حل نمائید:

$$\begin{cases}\frac{4}{x+2y+3}-\frac{5}{2x+3y+4}=5\\\frac{3}{x+2y+3}-\frac{2}{2x+3y+4}=-9\end{cases}$$

۳- در دستگاه زیر مقادیر m را چنان تعیین کنید تا دستگاه در حالت امتناع واقع شود.

$$\begin{cases}(m-3)x+3y=4\\2x+(m-3)y=7\end{cases}$$

۴- معادلهٔ زیر را حل کنید.

$$\frac{3-\frac{1}{3x}-\frac{3}{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{3x}-\frac{3}{1-\frac{1}{x}}}=\frac{7}{5}$$

۵- درستی تساوی زیر را تحقیق کنید:

$$\frac{3x+2}{3x-2}-\frac{2-3x}{3x+2}+\frac{16}{4-9x^2}=2$$

دبیرستان؟

دبیر: تهرانی - فرستنده: عباس اسکندرزاده

۱- عبارت زیر را به حاصلضرب عوامل تجزیه کنید:

$$bc(b-c)+ac(c-a)+ab(a-b)$$

۲- درستی برابری زیر را تحقیق کنید:

$$2\left(\frac{1+ab}{1-ab}+\frac{1-ab}{1+ab}\right)a^2b^2\circ\circ$$
$$\left(\frac{1+ab}{1-ab}-1\right)\left(1-\frac{1-ab}{1+ab}\right)=a^2b^2+1$$

۳- معادلهٔ زیر را حل کنید:

$$(x^4-5x^2+1)^2+2(x^4-5x^2+1)-3=0$$

۴- معادلهٔ پارامتری زیر را حل و بحث کنید:

$$ab(x-2)+b^2=a^2(x-1)$$

۵- از تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ تناسب:

$$\frac{a^4+b^4}{c^4+d^4}=\frac{(2a+3b)^4}{(2c+3d)^4}$$

را نتیجه بگیرید:

۶- دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی زیر را حل کنید:

$$\begin{cases}\frac{1}{x+2}-\frac{1}{y-2}=-\frac{2}{3}\\3(x+2)+3(y-2)=4(x+2)(y-2)\end{cases}$$

۷- مسألهٔ زیر را به طریق جبری حل کنید:

یك عدد صحیح دورقمی برابر است با ۱۵ برابر رقم یکانش و چون آنرا بر ۲۴ تقسیم کنیم خارج‌قسمت ۳ و باقیمانده $\frac{1}{3}$ مجموع ارقامش می‌شود. مطلوبست تعیین این عدد.

حساب

گروه فرهنگی آذر

۱) ۱۶ نفر کارگر با روزی ۶ ساعت کار در مدت ۲۸ روز ۶۰۰ متر مربع از خیابانی را اسفالت می‌کنند. معین کنید اگر عدهٔ آنهارا ۲ برابر کنیم و هر کارگر در روز ۷ ساعت کار کند پس از چند روز اسفالت این خیابان که ۶۵۰ متر مربع است تمام خواهد شد.

۲) یك میز تحریر خریدیم و پس از گرفتن ۱۵٪ تخفیف ۴۵۹۰ ریال پرداختیم. معین کنید قیمت اصلی فروش را. اگر فروشنده خود آنرا با سود ۲۰٪ از قیمت خرید فروخته باشد قیمت خرید فروشنده چقدر است؟

۳) مبلغ ۹۴۰۰ ریال‌را بین ۳ نفر ۳۰ ساله و ۴۰ ساله ۵۰ ساله به نسبت عکس سن آنها تقسیم کنید.

۴) دوسرمایه یکی به‌مبلغ ۲۰۰۰ ریال به‌مدت ۳ سال و دیگری ۵۰۰۰ ریال در مدت ۴ سال را با یك نرخ به‌مرابحه دادیم اختلاف سودها ۷۰۰ ریال شد، نرخ مرابحه را تعیین کنید.

۵) تنزیل داخلی و خارجی براتی به مبلغ ۱۶۴۰۰ ریال را به وعدهٔ ۳ ماه و ۱۰ روز با نرخ ۹٪ حساب کنید.

۶) براتی به‌مبلغ اسمی ۱۸۰۰ ریال به‌وعدهٔ ۲۰ روز را با

براتی به‌وعدهٔ ۳ماه‌به مبلغ اسمی ۱۹۵۰ ریال عوض نمودیم. اگر نرخ تنزیل ۸٪ باشد کدام یك به دیگری مقروض می‌شود؟

۷) تعریف چك و سفته و برات .

گروه فرهنگی آرش

دبیر: محمدهادی یکتاشی

۱ـ دونفر دوچرخه‌سوار ازدونقطهٔ A و B باسرعت ۲۰ کیلومتر درساعت به طرف‌یکدیگر حرکت می‌کنند همزمان با دوچرخه سوار اولی سگی با سرعت ۵۰ کیلومتر درساعت با او حرکت می‌کند. سگ بعداز رسیدن به دوچرخه‌سوار دوم تغییر جهت می‌دهد تا دودوچرخه سوار به یکدیگر برسند اگر فاصلهٔ AB برابر ۱۰۰ کیلومتر باشد معین‌کنید سگ چقدر مسافت پیموده است .

۲ـ دونفر مسافر به فاصلهٔ ۴۲۹ کیلومتر از یکدیگر قرار دارند. اگر یکی با قطار درجهٔ دوم و دیگری با قطار درجهٔ ۳ مسافرت کنند در کدام نقطهٔ مسیر همدیگررا باید ملاقات کنند تا خرج مسافرتشان برابر باشد. خرج قطاردر هر کیلومتر برای درجهٔ سه ۱/۳ ریال و برای درجهٔ دو۲ ریال است .

۳ـ شخصی می‌خواهد ۱۶۴۰۰ ریال دارائیش را بین‌سه پسرش به‌نسبت مجذورات سنین آنها تقسیم‌کند. می‌دانیم که‌سن دومی‌دوبرابرسن‌اولی‌وسن سومی سه‌برابرسن دومی‌است. معین کنید سهم هریك‌از پسرهاو سن هریك را در صورتی که‌مجموع مربعات سنین سومی و اولی ۵۹۲ سال‌است .

۴ـ ۱۴۵۰ ریال سرمایه را برای مدت ۹ ماه و۲۵۰۰ ریال را برای مدت شش ماه به مرابحه داده‌ایم. بر روی هم ۱۳۶ ریال سود داده‌اند. اگرمجموع دونرخ ۱۲٪ باشد، سود و نرخ هریك از سرمایه ها را پیدا کنید .

۵ـ دو برات داریم که ارزش اسمی آنها برابر است و هردو صد روزه باید پرداخت شوند. اگر از قرار نرخ ۶٪ اولی‌راتنزیل‌خارجی ودومی راتنزیل‌داخلی‌بنمائیم، تفاوت‌تنزیل خارجی‌ازتنزیل‌داخلی۷ ریال می‌شودارزش‌اسمی آنراتعیین کنید.

دبیرستان البرز

۱ـ در صندوق پس انداز مشترك سه‌کودك ۳۰۲۰ ریال پول است که قرار است به نسبت عکس سن هریك از آنان تقسیم گردد. در صورتی‌که سن اولی سه‌سال‌و سن دومی یکسال بیشتر از دوبرابر سن اولی و سن سومی یکسال کمتر از دو برابر سن دومی باشد سهم هریك ازکودکان چقدر می‌شود .

۲ـ شخصی سرمایهٔ خودرا با نرخ ۷/۶٪ به مرابحه می‌دهد پس از انقضای دوسال و هشت ماه ثلث سرمایه و سودش را می‌گیرد و بقیه را با نرخ ۵٪ به مدت سه سال و دوماه به مرابحه می‌دهد و مبلغ ۹۵۰۰ ریال بابت سود دریافت می‌دارد مطلوبست محاسبهٔ اصل سرمایه و سود مرابحهٔ اول .

۳ـ ثلث براتی را که ۸ ماه به سررسید آن مانده‌است از قرار ۴٪ و بقیه را که ۱۲ ماه به سر رسید آن مانده است از قرار ۵٪ تنزیل خارجی نمودیم و جمعاً ۶۸۹۶ ریال دریافت داشته‌ایم . مبلغ اسمی برات‌را تعیین کنید ـ اگراین مبلغ اسمی از قرار ۴/۵٪ در مدت ۱۰ماه تنزیل داخلی شود مبلغ این تنزیل را بدست آورید .

گروه فرهنگی خوارزمی

۱ـ نسبت دوکمیت عددی است مفید یا مطلق؟

۲ـ اولا واسطهٔ عددی وواسطهٔ هندسی اعداد ۲۴ و ۶ را پیدا کنید.

ثانیاً ـ دوعددمثال بزنید که واسطهٔ عددی وواسطهٔ‌هندسی آنها با هم برابر باشند .

۳ـ ۸٪ دانش‌آموزان گروه‌فرهنگی خوارزمی ۲۴۰ نفر است. عدهٔ دانش‌آموزان گروه را حساب کنید .

۴ـ براتی به مبلغ ۴۰۲۰۰ ریال ۳۶ روز به سر رسید آن مانده است. اگر نرخ تنزیل۵٪ باشداختلاف تنزیل داخلی و خارجی آنرا حساب کنید.

۵ـ پدری می‌خواهد مبلغ ۷۲۰۰ریال را به نسبت‌مستقیم معدل و به نسبت معکوس سن بین دوفرزند ۱۰ ساله و ۸ سالهٔ خود تقسیم کند. اگر معدل اولی ۱۸/۵ و معدل دومی ۱۶ باشد سهم هر یك را حساب کنید .

۶ـ دونفر ماشین نویس با روزی ۶ ساعت‌کار نوشته‌ای‌را در مدت ۲۵ روز ماشین می‌کنند . اگر بعداز ۱۵ روز یکی از آنها کاررا تعطیل کند . دیگری با روزی ۱۰ ساعت کار بقیهٔ نوشته را درچند روز ماشین می‌کند.

دبیرستان ؟

دبیر: تهرانی ـ عباس اسکندرزاده

۱ـ تعداد دانش‌آموزان یك دبیرستان ۵۰۰ نفر می‌باشد که از این عده ۳۰۰ نفر در دورهٔ اول و بقیه در دورهٔ دوم تحصیل می‌کنند. حساب کنید چند درصد دانش‌آموزان این دبیرستان در دورهٔ دوم به تحصیل مشغول‌اند .

۲ـ عدد ۲۹۷ رابه‌سه قسمت‌متناسب بااعداد۲و$\frac{3}{5}$ و $\frac{1}{2}$

و به نسبت معکوس $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{4}$ تقسیم‌کنید .

۳ـ سه تراکتور زمین را به این ترتیب شخم می‌کنند :

تراکتور اول به تنهائی در ۲۰ ساعت و تراکتور دوم به‌تنهائی در ۱۵ ساعت و سومی به‌تنهائی در ۲۴ ساعت.

اولا اگر هر سه تراکتور با هم شروع بـه کارکنند پس ازچندساعت تمام زمین را شخم می‌کنند.

ثانیاً اگر تراکتور اول ۲ ساعت پس از شروع کار در حالت اول به کار خود ادامه ندهد حساب کنید تراکتوردیگر در چه مدت زمین را شخم می‌کند.

۴ـ عدد ۹۵۰ را به سه‌عدد طوری تقسیم کنیدکه نسبت عدد دومی به اولی مثل ۴ به ۳ و نسبت سومی بـه اولـی مثل نسبت ۵ به ۶ باشد.

۵ـ دو متحرك اولی با سرعت دقیقه‌ای ۴۰۰ متر ودومی با سرعت دقیقه‌ای ۳۰۰ متر روی مسیر دایره شکلی از یك نقطه و در یك لحظه و در یك جهت با هم شروع به حرکت می‌کنند پس از اینکه متحرك اول یك دور کامل مسیر را طی کرد در محل اولیهٔ حرکت ۲ دقیقه توقف نموده سپس به حرکت خود ادامه می‌دهد. و بعداز آن دیگر توقف نمی‌کند. حساب کنید پس از چند دقیقه دو متحرك دوباره به هم می‌رسند. محیط دایرهٔ مسیر ۶ کیلومتر است.

هندسه

گروه فرهنگی آذر

۱) ثابت کنید نیمساز داخلی هر مثلث ضلعی را که قطع می‌کند به نسبت دو ضلع دیگر مثلث تقسیم می‌کند.

۲) مخروط ناقص دوار، سطح شیب دار، خط عمود بر صفحه، زاویهٔ مسطحه را با رسم شکل تعریف کنید.

۳) ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت شعاعهای دوایر محیطی برابر نسبت تشابه است.

۴) در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AC=CB$ و CD بر AC عمود می‌باشد و CM میانهٔ مثلث ACD است. ثابت کنید AC واسطهٔ هندسی بین AB و AM است.

۵) در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ضلعهای $AD=a$ و $AB=a\sqrt{2}$ می‌باشد از C و A دوعمود بر قطر BD فرود می‌آوریم ثابت کنید قطر BD به سه‌قسمت متساوی تقسیم می‌شود.

۶) مربع $ABCD$ به ضلع ۶ سانتیمتر مفروض است. بر روی ضلع AB مثلث متساوی‌الاضلاع ABE را می‌سازیم. مطلوبست حجم حاصل از دوران شکل $CDAEB$ در حول ضلع CD (تا یك‌دهم تقریب)

دبیرستان البرز

الف : رسم ـ در دوسؤال زیر طریقهٔ ترسیم را شرح دهید.

۱ـ پاره خط $AB=l$ مفروض است. نقطه‌ای مانند C روی آن طوری تعیین کنید که $\frac{CA}{CB}=\frac{l+1}{l-1}$ باشد.

۲ـ سه پاره‌خط به طولهای a و b و c داده شده‌اند. x را به طریق ترسیم چنان تعیین کنید که داشته باشیم:

$$x=\frac{ab}{b-c}$$

ب ـ هندسه :

۱ـ قاچ کره‌را تعریف کرده ودستور محاسبهٔ سطح‌وحجم قاچ را بنویسید:

درکره‌ای به شعاع ۴ سانتیمتر سطح و حجم قاچ ۲۰ درجه را حساب کنید.

۲ـ شعاعهای دودایرهٔ متخارج $R=12^{cm}$ و $R'=6^{cm}$ است، اگر طول خط‌المرکزین این دو دایره $OO'=24^{cm}$ باشد طول AB مماس مشترك داخلی این دودایره را محاسبه کنید.

۳ـ زاویهٔ xOy مفروض‌است. نقطه‌ای مانند A روی‌ضلع Ox ونقطه‌ای‌مانند B روی‌ضلع Oy طوری‌تعیین کنید که:

$$\frac{OA}{OB}=\frac{a}{b}$$

بوده و $AB=c$ باشد (a و b و c سه طول معلوم هستند)

گروه فرهنگی خوارزمی

سؤالات :

۱ـ زاویهٔ بین دوخط متنافررا چگونه تعیین‌می‌کنند.

۲ـ منشور منتظم‌را تعریف کنید و دستور محاسبهٔ سطح جانبی و حجم آنرا بنویسید.

۳ـ ثابت کنید هرخطی‌که موازی با یك ضلع مثلث رسم شود با دوضلع دیگر مثلثی متشابه‌با مثلث اولی تشکیل‌می‌دهد.

۴ـ نسبت مساحتهای دومثلث متشابه‌برابر است بامجذور نسبت تشابه آنها.

۵ـ پاره خط AB به طول ۷ سانتیمتر مفروض‌است. با پرگاری که فاصلهٔ دو شاخهٔ آن یك سانتیمتر است (پرگـار ثابت) AB را به پنج قسمت مساوی تقسیم کنید.

مسائل :

۱ـ ثابت کنید در دومثلث متشابه، نسبت نیمسازهای دو زاویهٔ متساوی برابربا نسبت تشابه دومثلث است.

۲ـ در مثلث متساوی‌الساقین $ABC\,(AB=AC)$ AD عمود بر AC و CM میانهٔ BC است. ثابت کنید:

$$AB^2 = BC \cdot MC$$

۳ـ دو دایرهٔ O و O' در C مماس خارج هستند. مماس مشترک داخلی آنها مماس مشترک خارجی AB را در D قطع می‌کند. ثابت کنید زاویهٔ ACB قائمه است و اگر E نقطهٔ تلاقی $O'D$ با BC و F نقطهٔ تلاقی OD با AC باشد شکل $DECF$ مستطیل است.

دبیرستان ؟

دبیر: تهرانی ـ فرستنده: عباس اسکندرزاده

۱ـ بین طولهای دوپاره خط AB و CD رابطهٔ:

$$2AB = 3CD$$

برقرار است.

او لانسبت $\frac{CD}{AB}$ چقدر است.

ثانیاً مقدار عددی کسر $\frac{5AB}{2CD+7AB}$ را بدست آورید:

۲ـ چهارمین جزء متناسب $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}-\frac{2}{x}$ را به طریق هندسی رسم کنید.

با استفاده از رسم واسطهٔ هندسی دوپاره خط به طولهای معلوم پاره خطی به طول $\sqrt{5}+2\sqrt{2}=1$ رسم کنید.

۳ـ دایره‌ای به قطر $AB=2R$ مفروض است، نقطه‌ای مانند M روی این قطر اختیار می‌کنیم و از آن نقطه عمودی بر قطر AB اخراج می‌نمائیم تا دایره را در نقاط C و D قطع کند از C به B و از D به A وصل می‌نمائیم و سپس از نقطهٔ M عمود MH را بر AD وارد می‌کنیم. امتداد این عمود وتر CB را در نقطهٔ E قطع می‌کند. ثابت کنید:

۱) $CE=BE=ME$

۲) اگر $R=5^{cm}$ و $AM=1^{cm}$ باشد طولهای MC و OE را بدست آورید (O مرکز دایرهٔ مفروض است).

شیمی

داوطلبان متفرقهٔ شهرستان کازرون

دبیر: حسین جواهری

۱ـ جرم ملکولی اجسام زیررا حساب کنید (محاسبات و عملیات در ورقهٔ پاکنویس منعکس شود)

$$Fe(CN)_6K_4 \;;\; CO(NH_2)_2 \;;\; 5H_2O \text{ و } SO_4Cu$$
$$(CH_3)_3N$$

۲ـ برای تهیهٔ ۸/۸ گرم سولفور فرو چقدر آهن و چقدر گوگرد لازم است؟

۳ـ $100cm^3$ از محلول نیترات نقره هنگام ترکیب با کلرور سدیم رسوبی به جرم ۱/۴۳۵ گرم تولید می‌کند. مقدار نیترات نقره را در یك لیتر محلول حساب کنید.

دبیرستان شاپور کازرون

دبیر: جواهری

۱ـ جرم ملکولی اجسام زیررا حساب کنید (محاسبات وعملیات در ورقهٔ پاکنویس منعکس شود)

$$SO_4(NH_4)_2 \;;\; Cu(NH_3)_4(OH)_2 \;!$$
$$(C_2H_5)_2NH \;;\; Cl_2Ca \text{ و } 6H_2O$$

۲ـ $100cm^3$ محلول نیترات سرب ۳۳/۱ گرم در لیتر هنگام ترکیب با کلرور سدیم چند گرم رسوب می‌دهد؟

۳ـ برای تهیهٔ ۱/۸ گرم آب، چه وزن اکسیژن وچه حجم هیدروژن لازم است؟

داوطلبان متفرقهٔ شهرستان کازرون (شهریورماه ۴۶)

دبیر: جواهری

۱ـ برای تهیهٔ ۰/۶۹۹ گرم سولفات باریم چه مقدار نیترات باریم و چه مقدار جوهر گوگرد لازم است؟

۲ـ اولاً ـ ۱۰ لیتر اکسیژن در چه حجم هوا موجوداست.

ثانیاً ـ جرم ۱۱/۲ لیتر اکسیژن، ۳۳/۶ لیتر هیدروژن و ۴/۴۸ لیتر گاز کربنیك (انیدرید کربونیك) در شرائط متعارفی چقدر است؟

۳ـ جرم:

$$(SO_4)_3Al_2 \text{ و } SO_4Fe \text{ و } 7H_2O \;،\; 3H_2 \;،\; \frac{1}{2}Cl_2 \;،\; N_2$$

را حساب کنید (عملیات و محاسبات در ورقهٔ پاکنویس منعکس شود).

دبیرستان شاپور کازرون (شهریورماه ۴۶)

دبیر: جواهری

۱ـ برای تهیهٔ ۰/۶۵۶ گرم سولفات سرب چه مقدار نیترات سرب وچه مقدار سولفات سدیم لازم است؟

۲ـ اولاً ـ در ۵۰ لیتر هوا چه حجم اکسیژن موجوداست؟

ثانیاً ـ حجم ۱۴/۲ گرم کلر، ۵۶ لیتر ازت و ۳۴ گرم آمونیاك را در شرائط متعارفی حساب کنید.

۳ـ جرم:

$$(SO)_2Fe_2 \text{ و } SO_4Cu \text{ و } 5H_2O \text{ و } \frac{1}{2}N_2 \;،\; 3Cl_2 \;،\; O_2$$

را حساب کنید.

(عملیات و محاسبات در برگ پاکنویس منعکس شود).

پاسخها

صفحهٔ ۷ :

۱ـ اگر طول تمام مسیر را a کیلومتر فرض کنیم ،

نصف اول آن در مدت $\frac{a}{۲۴۰} = \frac{a}{۲} \div ۱۲۰$ ساعت و نصف

دوم آن درمدت $\frac{a}{۸۰} = \frac{a}{۲} \div ۴۰$ ساعت طی شده است. پس

تمام مسیر در مدت :

$$\frac{a}{۲۴۰} + \frac{a}{۸۰} = \frac{۴a}{۲۴۰} = \frac{a}{۶۰}$$ ساعت

طی شده و سرعت متوسط برابر می‌شود با:

$a \div \frac{a}{۶۰} = ۶۰$ کیلومتر درساعت،

۲ـ چون نصف دوم مسیر را به نسبت ۲ و ۱ تقسیم کنیم

نتیجه می‌شود که مسافر $\frac{۲}{۳}$ از نصف مسیر، یعنی $\frac{۱}{۳}$ از تمام مسیر

را در خواب بوده است.

۳ـ در اولین توزین آرد را به دوقسمت ۴/۵ کیلوگرمی

تقسیم می‌کنیم. در دومین توزین، نصف ۴/۵ یعنی ۲/۲۵

کیلوگرم را تعیین می‌کنیم. درتوزین سوم به کمك دووزنه‌ای

که در اختیار داریم ۲۵۰ گرم یعنی ۰/۲۵ کیلوگرم ازروی

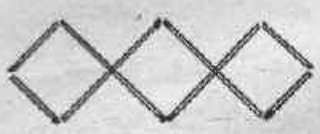
یکی از دوقسمت ۲/۲۵ کیلوگرمی برمی‌داریم. ۲ کیلوگرم

آرد معین می‌شود و بقیهٔ آردها روی هم ۷ کیلوگرم می‌باشد .

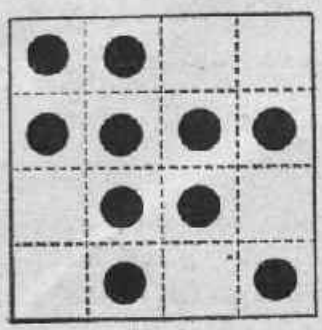
***

صفحهٔ ۱۰ :

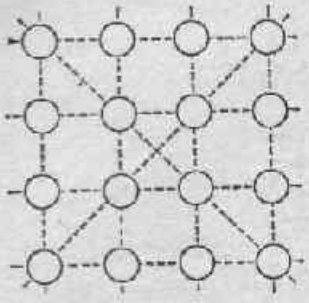
۱ـ



۲ـ

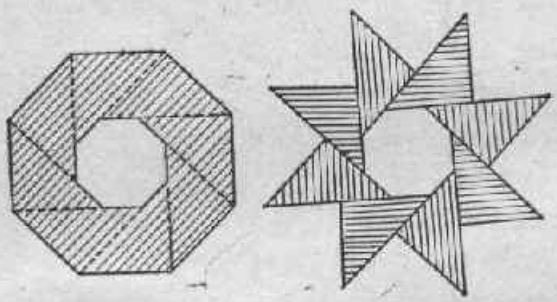


۳ـ



۴ـ عدد ۱۰ را در دایرهٔ وسط و عددهای (۱و۹) ، (۲و۸) و ... را که مجموع هردوتای آنها ۲۰ است در خانه‌های طرفین هر قطر می‌نویسیم .

۵ـ



***

صفحهٔ ۱۳ :

گربه باید اولین شمارش را از موشی شروع کندکه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت در ردیف ششم از موش سفید واقع شده است و شمارش را مرتباً در همین جهت انجام دهد .

***

صفحهٔ ۱۴ :

$۲۸ = ۲۲ + ۲ + ۲ + ۲$

$۱۰۰۰ = ۸۸۸ + ۸۸ + ۸ + ۸ + ۸$

$۱۰۰ = ۱۱۱ - ۱۱$ و $۱۰۰ = ۵ \times ۵ \times ۵ - ۵ \times ۵$

$۵۵ = ۴۴ + \frac{۴۴}{۴}$ و $۱۰۰ = ۹۹ + \frac{۹۹}{۹۹}$

$۳۷ = \frac{۳۳۳}{۳ \times ۳}$ و $۲۰ = ۹ + \frac{۹۹}{۹}$

$۲۰ = ۱ + ۳ + ۵ + ۷ + \frac{۷۵}{۷۵} + \frac{۳۳}{۱۱}$

$۱ - ۲ + ۲ - ۲ - \frac{۲}{۲}$

$۲ = ۲ + ۲ + ۲ - ۲ - ۲$

$$۳=۲+۲-۲+\frac{۲}{۲}$$

.....

$$۷=۲۲\div۲-۲-۲$$

.....

$$۱۱=۲۲\div۲+۲-۲$$

.....

$$۱۳=(۲۲+۲+۲)\div۲$$

.....

$$۱۷=(۲\times۲)^{۲}+\frac{۲}{۲}$$

.....

$$۲۶=۲\times(\frac{۲۲}{۲}+۲)$$

$$۳=\frac{۱۷۴۶۹}{۵۸۲۳}\quad و\quad ۴=\frac{۱۵۷۶۸}{۳۹۴۲}\quad و\quad ۵=\frac{۱۳۴۸۵}{۲۶۹۷}$$

$$۶=\frac{۱۷۶۵۸}{۲۹۴۳}\quad و\quad ۷=\frac{۱۶۷۵۸}{۲۳۹۴}\quad و\quad ۸=\frac{۲۵۴۹۶}{۳۱۸۷}$$

$$۹=\frac{۵۷۴۲۹}{۶۳۸۱}$$

$$(۱+۲)\div۳=۱$$

$$۱۲\div۳\div۴=۱$$

$$[(۱+۲)\times۳-۴]\div۵=۱$$

$$(۱\times۲+۳-۴+۵)\div۶=۱$$

$$\{[(۱+۲)\times۳-۴]\div۵+۶\}\div۷=۱$$

$$[(۱+۲)\div۳\times۴+۵+۶-۷]\div۸=۱$$

$$(۱\times۲+۳+۴-۵+۶+۷-۸)\div۹=۱$$

***

صفحهٔ ۱۵ :

۱ـ طول شمع بلندتررا x و طول شمع کوتاهتررا y فرض می‌کنیم. بعداز یك ساعت مقداری از هریك از شمعها که می‌سوزد به ترتیب برابراست با :

$$y\div۵=\frac{y}{۵}\qquad و\qquad x\div۳\frac{۱}{۲}=\frac{۲x}{۷}$$

این مقدار برای مدت ۲ ساعت برابر می‌شود با :

$$۲\times\frac{y}{۵}=\frac{۲y}{۵}\qquad و\qquad ۲\times\frac{۲x}{۷}=\frac{۴x}{۷}$$

بعداز این مدت مقدار باقیماندهٔ از هر شمع به ترتیب برابر است با :

$$y-\frac{۲y}{۵}=\frac{۳y}{۵}\qquad و\qquad x-\frac{۴x}{۷}=\frac{۳x}{۷}$$

بنابراین داریم :

$$\frac{۳x}{۷}=\frac{۳y}{۵}\Longrightarrow\frac{x}{y}=\frac{۷}{۵}$$

۲ـ اگر طول دو بازوی شاهین ترازو نظیر کفه‌های P و Q را به ترتیب a و b و وزن گوجه را در دفعهٔ اول xودر دفعهٔ دوم y فرض کنیم بنابه قانون اهرمها داریم :

$$a\times۱=b\times x\quad و\quad b\times۱=a\times y$$

$$x=\frac{a}{b}\quad و\quad y=\frac{b}{a}$$

$$x+y=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$$

ثابت می‌کنیم که : اگر عددی مثبت و مخالف با یك باشد مجموع آن با وارونه‌اش از ۲ بزرگتر است. زیرا اگر bبا a برابر نباشد داریم :

$$(a-b)^{۲}>۰\quad یا\quad a^{۲}+b^{۲}-۲ab>۰$$

$$a^{۲}+b^{۲}>۲ab\quad یا\quad \frac{a^{۲}+b^{۲}}{ab}>۲$$

$$\frac{a^{۲}}{ab}+\frac{b^{۲}}{ab}>۲\quad یا\quad \frac{a}{b}+\frac{b}{a}>۲$$

بنابراین $x+y>۲$ یعنی گوجه‌هایی که مشتری تحویل گرفته از ۲ کیلوگرم بیشتر بوده است .

۳ـ فرض می‌کنیم که هواپیمای پدر سیروس درردیف xام از سمت راست واقع بوده است . در این صورت طرف راست او $x-۱$ هواپیما و طرف چپ او $۹-x$ هواپیما قرار داشته است . اگر این هواپیما ۳ ردیف به سمت راست نزدیکترشود تعداد هواپیماهای سمت راست او $x-۱-۳=x-۴$ و تعداد هواپیماهای سمت‌چپ او $۱۲-x+۳=۱۲-x$ می‌شود بنا به فرض باید داشته باشیم :

$$(۱۲-x)(x-۴)-(۹-x)(x-۱)=۳$$

از حل این معادله $x=۷$ بدست می‌آید .

***

صفحهٔ ۱۹ :

۱ـ ممیز .

۲ـ عدد $\frac{۳}{۲}$ زیرا ثلث‌آن می‌شود $\frac{۱}{۲}$

۳ـ چهار ضلعی OAMB مستطیل است و دو قطر آن با هم برابرند . پس $AB=OM=۵$.

۴ـ بهای کتاب برابراست با ۲۰ ریال .

۵ـ کسری که صورت و مخرجش با هم برابر است.

۶ـ وزن قالب صابون بزرگتر $۸۰۰=۲۰۰\div\frac{۱}{۳}$ گرم است .

۷ـ تمام ۵ تومان به ایرج تعلق دارد. زیرا قیمت سه پرس غذاشده است ۱۵ تومان پس قیمت هرپرس آن ۵ تومان‌است احمد که دوپرس غذا خورده باید ۱۰ تومان بپردازد امااایرج که یك پرس غذا خورده است فقط ۵ تومان بایستی بپردازد.

تقاضا

از دانش آموزان کلاسهای سوم دبیرستانهای تهران و شهرستانها، همچنین از داوطلبان متفرقهٔ کلاسهای سوم حوزه هـای مختلف ، تقاضا می‌شود بعد از انجام امتحانات پایان سال تحصیلی جـاری نسخه‌ای از متن سؤالهای امتحانهای ریـاضی ، فیزیك و شیمی خود را برای درج در ضمیمهٔ یکان سال ۱۳۴۷ به نشانی ادارهٔ مجلهٔ یکان ارسال دارند . سعی فرمائید از هرامتحان یك نسخه از پلی‌کپی مربوط را عیناً ارسال دارید . مسلماً اولیاء محترم دبیرستانها در این بـاره همکاری لازم را مبذول خواهند داشت .

فراموش نفرمائیدکه روی هرورقه نام‌خود ، نام‌دبیر ونام‌دبیرستان مربوط را یادداشت‌کرده باشید .

ضمیمهٔ :

یکان سال ۱۳۴۶

شمارهٔ فوق‌العادهٔ

یکان

مجلهٔ ریاضیات

برای دانش آموزان کلاسهای سوم دبیرستانها

شامل :

مسائل امتحانات داخلی سال تحصیلی ۱۳۴۶ - ۴۵

کلاسهـــــــای سوم دبیرستانهای مختلف ،

مسائل تفننی و تفریحی و در عین‌حال ریاضی ،

مقالات و مطالبی که علاوه بر دانش آموزان کلاسهای سوم برای دانش‌آموزان کلاسهای پائینتر و دیگران هم قابل استفاده است ،

انتشارات یکان

آنچه تاکنون منتشر شده‌است:

۴۳ شماره ماهانهٔ مجلهٔ یکان

مجموعهٔ علمی یکان سال

یکان‌سال مخصوص امتحانات ۱۳۴۳

یکان‌سال مخصوص امتحانات ۱۳۴۴

یکان‌سال مخصوص امتحانات ۱۳۴۵

یکان‌سال مخصوص امتحانات ۱۳۴۶

راهنمای ریاضیات متوسطه

مسائلی از حساب استدلالی، ۳ جلد

معماهای ریاضی

مقدمه بر تئوری مجموعه‌ها

تمرینهای ریاضیات مقدماتی

تألیف: دکتر محسن هشترودی

سرگرمیهای جبر

ترجمهٔ : پرویز شهریاری

سرگرمیهای جبر یك کتاب آموزنده برای همهٔ دانش‌آموزان